

DOUGLAS ZICHELE FILHO

**SIMULAÇÃO DE ENSAIO DE TRAÇÃO EM METAIS
UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Trabalho de Formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção da Graduação em
Engenharia Metalúrgica.

São Paulo

2000 6

DOUGLAS ZICHELE FILHO

**SIMULAÇÃO DE ENSAIO DE TRAÇÃO EM METAIS
UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Trabalho de Formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção da Graduação em
Engenharia Metalúrgica.

Área de Concentração:
Engenharia Metalúrgica

Orientador:
Prof. Livre Docente
Ronald Lesley Plaut

São Paulo

2006

Aos meus pais e irmãos, berço da minha existência,
e à Fernanda, fonte da minha juventude.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Ronald Lesley Plaut, pela orientação incentivadora, compreensiva e paciente.

Aos meus familiares, pelo estímulo e inestimável apoio.

Aos meus colegas, por tornarem o dia-a-dia mais rico e alegre.

Aos meus amigos, companheiros das profundas reflexões formadoras do meu caráter.

RESUMO

O presente trabalho aborda a aplicação do Método dos Elementos Finitos, uma ferramenta de simulação matemática, em três exemplos de ensaios de tração retirados da literatura. Para isso, utilizou-se o software COSMOSM™ – Geostar 256K – versão 2.9. Foram analisados diferentes tipos de modelos, variando a geometria, a característica do material e o refino da malha, em ordem crescente de complexidade. A distribuição de tensões e deformações no corpo de prova foi estudada até a carga máxima, região de validade dos modelos. Foi possível analisar qualitativamente a influência de imperfeições do material, mostrando a concentração de tensões na região da inclusão ou porosidade. Uma estimativa do afinamento do corpo de prova também é apresentada, usando informações de anisotropia do material como base. Os resultados obtidos mostram a validade dos modelos, e servem como ponto de partida para diversos estudos em Mecânica e Conformação dos Materiais.

ABSTRACT

This report approaches the Finite Elements Method application, a mathematical simulation tool, in three tensile testing samples from literature. For that, the software COSMOSMTM, Geostar 256K – 2.9 version, was used. Different models were analyzed, varying the geometry, the characteristic of the material and the mesh refine, in increasing complexity order. The stress and strain distributions in the test specimen were studied up to the maximum load, where the model validation is confirmed. It was possible to analyze the qualitative influence of the material imperfections, showing the stress concentration in the area of the inclusion or porosity. An estimate of the test specimen thinning is also presented, based on the material anisotropy. The results show the models validity, and they serve as starting point for several studies in Mechanic and Forming of Materials.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

1	INTRODUÇÃO.....	1
2	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (FEM – <i>FINITE ELEMENTS METHOD</i>).....	2
2.1	Histórico.....	2
2.2	Aplicações	3
2.3	Modelamento Matemático.....	4
2.4	Vantagens e Limitações.....	4
3	SIMULAÇÃO MATEMÁTICA.....	5
3.1	Software COSMOSM TM	5
4	EXEMPLO 1	7
4.1	Problema e Dados	8
4.2	Matriz de Rigidez.....	8
4.3	Complexidades Estudadas.....	13
4.4	Modelos	14
4.4.1	Paralelepípedo Equivalente – Linear (Análise Estática) – Simples	14
4.4.2	Paralelepípedo Equivalente – Bilinear (Análise Não Linear) – Simples	18
4.4.3	Paralelepípedo Equivalente – MPC (Análise Não Linear) – Simples	20

4.4.4	Modelo Axissimétrico – Bilinear (Análise Não Linear) – Média..	23
4.4.5	Modelo Axissimétrico – MPC (Análise Não Linear) – Média..	26
4.4.6	Modelo Axissimétrico – MPC (Análise Não Linear) – Refinada..	28
5	EXEMPLO 2	36
5.1	Dados e Parâmetros Calculados	37
5.2	Curva MPC (<i>Material Property Curve</i>)	37
5.3	Linhas de Comando – Código do Programa	39
5.4	Modelo do Corpo de Prova	40
5.5	Análise e Resultados	41
5.5.1	Deslocamento na dir. y (u_y)	43
5.5.2	Distribuição de Tensões Normais na dir. y (σ_y)	43
5.5.3	Distribuição de Tensões Normais na dir. x (σ_x)	44
5.5.4	Força Resultante na dir. y (FR_y)	45
6	EXEMPLO 3	46
6.1	Determinação da Região de Validade do Modelo	46
6.2	Curva MPC	47
6.3	Linhas de Comando – Código do Programa	48
6.4	Modelo do Corpo de Prova	50
6.5	Análise e Resultados	51
6.5.1	Curva Tensão x Deformação de Engenharia	51
6.5.2	Deformações ao longo do corpo de prova	51
6.5.3	Afinamento	54
6.5.4	Saídas Gráficas do Programa	55

6.6 Análise de Tensões devido a Presença de Inclusões, Vazios	
(Porosidades) e Entalhe	58
6.6.1 Inclusão	58
6.6.2 Porosidade (Vazio).....	61
6.6.3 Entalhe	65
7 CONCLUSÕES.....	67
8 ANEXO	68
Solução do Exemplo 1	
Solução do Exemplo 1 68	
9 REFERÊNCIAS.....	72

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Modelo elástico de uma barra uniforme.....	9
Figura 2 - Relação entre força e deslocamento	9
Figura 3 - Modelo Elástico do Exemplo Estudado	10
Figura 4- Comparação: Matriz de Rigidez x Literatura	13
Figura 5 - Modelo Estrutural do Corpo de Prova	16
Figura 6 - Resultados: Literatura x Simulação	17
Figura 7 - Curva Bilinear Tensão Nominal x Deformação Nominal.....	18
Figura 8 - Curva MPC.....	21
Figura 9 - Resultados: Simulação MPC x Simulação Bilinear x Literatura	23
Figura 10 - Modelo axissimétrico do CP	25
Figura 11 - Modelo do Corpo de Prova Axissimétrico com Malha Refinada	31
Figura 12 - Comparação: Modelos Axissimétricos	33
Figura 13 - Comparação: Modelos Axissimétricos (Detalhe)	33
Figura 14 - Deslocamento na dir. y – CP deformado	34
Figura 15 - Tensões Normais na dir. y - Parte Inferior do CP (deformado).....	35
Figura 16 – Tensões Normais na dir. x – Parte Inferior do CP (deformado).....	35
Figura 17 - Força Resultante na dir. y - CP não deformado	36
Figura 18 - Curvas Tensão x Deformação Real e Convencional; MPC	38
Figura 19 - Modelo Axissimétrico do Corpo de Prova.....	41
Figura 20 - Comparação: Simulação x Literatura.....	42
Figura 21 - Deslocamento na dir. y – CP Deformado.....	43
Figura 22 - Tensões Normais na dir. y - CP deformado	44
Figura 23 - Tensões Normais na dir. x - CP deformado	44
Figura 24 - Listagem das Forças na dir. y nos nós da seção superior do CP.....	45
Figura 25 - Força Resultante na dir. y – CP deformado	45
Figura 26 - Curva MPC.....	47
Figura 27 - Modelo do Corpo de Prova	50
Figura 28 - Comparação: Literatura x Simulação	51
Figura 29 - Deformação axial ϵ_x ao longo da linha de centro.....	52
Figura 30 - Deformação ϵ_y ao longo da linha de centro	53

Figura 31 -Deformação ϵ_z ao longo da linha de centro.....	53
Figura 32 - ϵ_x , ϵ_y e ϵ_z	54
Figura 33 - Afinamento na Região Central do CP.....	55
Figura 34 - Deslocamento na dir. x (u_x) - CP deformado	56
Figura 35 - Distribuição de Tensões Normais na dir. x (σ_x) - CP deformado	57
Figura 36- Força Resultante na dir. x (FRx) - CP deformado	57
Figura 37 - Modelo do CP com inclusão	60
Figura 38 - Distribuição da Tensão de Von Mises	61
Figura 39 - Distribuição da Tensão Normal na dir. x (σ_x).....	61
Figura 40 - Distribuição da Tensão de Von Mises ao longo do CP.....	64
Figura 41 - Distribuição da Tensão Normal na dir. x (σ_x).....	64
Figura 42 - Distribuição da Tensão de Von Mises ao longo do CP.....	65
Figura 43 - Distribuição da Tensão Normal na dir. x (σ_x).....	66
Figura 44 - Cálculo do Limite de Escoamento	70

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Comparação: Matriz de Rigidez x Literatura	12
Tabela 2 - Comparação Literatura x Simulação	17
Tabela 3 - Força Resultante: Literatura e Simulação.....	28
Tabela 4 - Resultados: Malha Refinada x Literatura	32
Tabela 5 - Dados Fornecidos e Parâmetros Calculados.....	37
Tabela 6 - Propriedades Mecânicas do Aço AISI 1015 a 25°C.....	39
Tabela 7 - Força Resultante na Simulação.....	42
Tabela 8 - Afinamento na Região central do CP	55
Tabela 9 - Força x Deslocamento	68

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, o uso de ferramentas de simulação numérica tem se ampliado na indústria em geral, com o objetivo de otimizar o projeto do produto ainda na fase inicial e de reduzir o tempo de introdução do produto no mercado. No meio acadêmico, além do suporte à tecnologia da indústria, as ferramentas de simulação podem atuar como fortes aliados no entendimento de conceitos. Nesse sentido, o Método dos Elementos Finitos (FEM) é uma poderosa ferramenta de trabalho para o engenheiro.

O ensaio de tração é um dos testes mecânicos mais comuns. É utilizado na seleção de materiais e na determinação de propriedades mecânicas importantes para aplicações de engenharia. Frequentemente as propriedades de tração são utilizadas também na previsão do comportamento de materiais solicitados de maneira não uniaxial.¹

Neste trabalho foram implementados modelos de simulação de três exemplos de ensaios de tração de metais e ligas metálicas retirados da literatura, utilizando o FEM. Através da comparação dos resultados de simulação foi possível avaliar a validade desses modelos.

Os modelos foram implementados em ordem crescente de dificuldade, procurando contribuir de forma didática para trabalhos subsequentes que sejam realizados. Foram modelos simples, e foram analisados aspectos básicos que servem de base para outros trabalhos na área de simulação.

De maneira qualitativa também foi avaliada a influência de imperfeições na distribuição de tensões no material e as deformações ao longo do corpo de prova. Uma estimativa do afinamento de um corpo de prova, ponto de partida para estudos de estampabilidade, também foi realizada.

2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (FEM – *FINITE ELEMENTS METHOD*)

2.1 Histórico

A evidente complexidade do mundo que nos cerca torna natural a forma de proceder de engenheiros, cientistas e outros profissionais, que aplicam o processo de análise do método científico de abordagem de problemas, separando os sistemas em componentes básicos (elementos). Assim, pode-se estudar o comportamento dos elementos, que é mais simples, e depois sintetizar as soluções parciais para o estudo do sistema global.

Com a evolução dos computadores digitais, os problemas discretos podem ser resolvidos geralmente sem dificuldades, mesmo que o número de elementos seja muito elevado. Entretanto, como a capacidade dos computadores é finita, os problemas contínuos (que geralmente exigem o uso da definição matemática de infinitésimo) só podem ser resolvidos de forma precisa com o uso da matemática.

Dessa forma, os engenheiros procuram abordar problemas de maneira mais intuitiva, estabelecendo analogias entre os elementos discretos reais e porções finitas de um domínio contínuo.

É difícil precisar o início dos estudos do Método dos Elementos Finitos. Contudo, pode-se dizer que advém do estudo da análise de estruturas, a partir de 1875, quando utilizava-se o processo de análise aproximada de treliças e pórticos baseada na distribuição de tensões, com forças como incógnitas. Por volta de 1920, depois de um lento desenvolvimento, em função dos trabalhos de Maney (EUA) e de Ostenfeld (Dinamarca), passou-se a utilizar a idéia básica de análise aproximada de treliças e pórticos baseada nos deslocamentos como incógnitas. Estas idéias são as precursoras do conceito de análise matricial de estruturas, em uso hoje em dia.

No começo de 1940, McHenry, Hrenikoff e Newmark demonstraram – no campo da mecânica dos sólidos – que podiam ser obtidas soluções razoavelmente boas de um problema contínuo, substituindo-se pequenas porções do contínuo por uma distribuição de barras elásticas simples.² É dessa época a origem do FEM para a maioria dos matemáticos, associada ao apêndice de um artigo de Courant³, onde são

discutidas aproximações lineares contínuas por parte do problema de Dirichlet em um domínio usando triângulos.

Para a engenharia, duas publicações notáveis podem ser consideradas marcos no estudo do FEM: foram os trabalhos de Argyris & Kelsey e de Turner, Clough, Martin & Topp. Tais publicações uniram os conceitos de análise estrutural e análise do contínuo, e lançaram os procedimentos resultantes na forma matricial (o que foi possibilitado pelo surgimento dos computadores digitais por volta de 1950). Elas representaram uma influência preponderante no desenvolvimento do FEM nos anos subseqüentes. Assim, as equações de rigidez passaram a ser escritas em notação matricial e resolvidas em computadores digitais. A publicação clássica de Turner et alli é de 1956.⁴ Com estas e com outras publicações um desenvolvimento explosivo do FEM aconteceu.

O trabalho de Courant representa o FEM como se conhece hoje em dia, mas havia sido esquecido até que engenheiros, independentemente, o desenvolveram.

O nome Elementos Finitos, que identifica o uso preciso da metodologia geral aplicável a sistemas discretos, foi dado em 1960 por Clough.⁵

Dai em diante, a década de 60 serviu para divulgar este novo método, ao mesmo tempo em que a comunidade reconheceu sua potencialidade.

Este período foi seguido por um intensivo desenvolvimento de programas computacionais para colocar as potencialidades do FEM ao alcance dos usuários.

Atualmente, há dezenas de programas computacionais (ABAQUS, ADINA, ALGOR, ANSYS, COSMOSM, MARC, NASTRAN, NONSAP, PATRAN, SINDA, TEAP, TEXGAP etc.) comerciais de uso corrente em diversas áreas do conhecimento que utilizam esse método para análises linear e não-linear.⁶

2.2 Aplicações

O Método dos Elementos Finitos é seguramente o processo que mais tem sido usado para a discretização de meios contínuos. A sua larga utilização se deve também ao fato de poder ser aplicado, além dos problemas clássicos da mecânica estrutural elástico-linear – para os quais foi o método inicialmente desenvolvido –, também para problemas tais como:

- problemas não lineares, estáticos ou dinâmicos;
- mecânica dos sólidos;
- mecânica dos fluidos;
- eletromagnetismo;
- transmissão de calor;
- filtração de meios porosos;
- campo elétrico;
- acústica; etc.

Além disso, pode-se afirmar também que o FEM é muito utilizado face à analogia física direta que se estabelece, com o seu emprego, entre o sistema físico real (a estrutura em análise) e o modelo (malha de elementos finitos).⁷

2.3 Modelamento Matemático

O FEM envolve o modelamento de uma estrutura qualquer, empregando elementos interconectados (elementos finitos).

Para problemas que envolvam complexas geometrias, carregamentos, propriedades dos materiais, normalmente não é possível obtermos soluções matemáticas analíticas (que podem envolver equações diferenciais parciais), as quais podem se tornar muito complexas ou, até, impossíveis de solucionar, devido à geometria, carregamento ou propriedades dos materiais envolvidos.

Assim, métodos numéricos, como o FEM, podem trazer soluções aproximadas aceitáveis. Da formulação do FEM, resulta um sistema de equações algébricas simultâneas, em vez de equações diferenciais. Do método numérico obtemos valores aproximados das grandezas, em pontos discretos do contínuo.⁸

2.4 Vantagens e Limitações

Como todo método numérico, o FEM apresenta também estes dois aspectos, a saber:⁹

Vantagens: possibilidade de modelar corpos irregulares; aplicar diferentes carregamentos; modelar corpos compostos de diferentes materiais; aplicar diferentes tipos de condições de carregamento; variar os tamanhos dos elementos; efetuar alterações no modelo de maneira rápida e eficiente; aceitar o comportamento não-linear existente em deformações de sistemas que empregam materiais não-lineares.

Limitações: obtém-se uma solução numérica para um problema específico, não fornecendo, portanto, soluções que permitam um estudo analítico dos efeitos através da variação dos parâmetros envolvidos.

3 SIMULAÇÃO MATEMÁTICA

3.1 Software COSMOSM™

Produzido pela SRAC™ (Structural Research and Analysis Corporation, Santa Mônica - Califórnia) o software COSMOSM™ um dos pacotes de análise mais abrangentes e sofisticados. O COSMOSM™ é um sistema modular executado em plataformas Windows® que oferece uma enorme variedade de recursos de análise, incluindo modelamento, malhas e visualização de peças e, como também inúmeros recursos avançados de análise, sendo um bom representante dos programas que utilizam o Método dos Elementos Finitos para análises das mais diversas estruturas.

Com mais de 15.000 bases instaladas em todo o mundo, o COSMOSM™ é reconhecido internacionalmente (Nasa, Boeing, Kodak, Ford, GM, HP, IBM, etc.) e também em nosso país (USP, ITA, Petrobrás, EMBRAER, IPT, UFRJ, Furnas, White Martins, etc.) como poderosa ferramenta de análise em elementos finitos utilizando microcomputadores.

O COSMOSM™ permite a realização de análises estática e dinâmica de estruturas reticuladas planas e espaciais (vigas, treliças, grelhas, pórticos), análise de placas, cascas, estruturas tridimensionais, análises térmicas, análises de fadiga, etc. Ele apresenta os seguintes recursos e vantagens:

- Ajustável às necessidades do usuário. Ele possui vários pacotes e opções de configuração, de forma que o usuário só paga pelos recursos

necessários (análise estática linear, frequência e flambagem, análise térmica e de casca, recursos para conjuntos, análise não-linear e de fadiga).

- Recursos abrangentes de análise de tensão. Os recursos e a biblioteca ampla de elementos 1D, 2D e 3D do COSMOSMTM garantem suporte a materiais com propriedades que dependem de temperatura, bem como a materiais isotrópicos, ortotrópicos, anisotrópicos e compósitos em camadas múltiplas. Os recursos incluem contatos lineares e de espaçamento, enrijecimento por tensão, subestruturação, restrições em vários pontos, equações de restrição, entre outros.
- Ferramentas extensivas de análise térmica. O COSMOSMTM pode resolver a avaliação da transferência de calor derivada de condução, inclusive com condições de limite de radiação e convecção, para materiais com propriedades dependentes de temperatura, bem como materiais isotrópicos, ortotrópicos e compósitos. Os recursos incluem transferência de calor transiente com condições de limite que variam de acordo com o tempo e estado de imobilidade, taxas de geração de calor e coeficiente de convecção que dependem de temperatura, além de outros.
- Análise não-linear avançada. O COSMOSMTM é a solução ideal para problemas que apresentam linearidades não-geométricas, materiais e/ou de espaçamento e contato, em ambientes estáticos ou dinâmicos. As aplicações incluem: carregamento limitado, pós-flambagem, plasticidade, materiais emborrachados, testes de queda e assim por diante.

O programa é oferecido em diferentes módulos que podem ser acoplados ao sistema básico (geração, pré e pós-processador e estático), como por exemplo:

- A (Astar) – Dinâmico Avançado;
- N (Nstar) – Não-Linear;
- H (Hstar) – Térmico;
- E (Estar) – Eletromagnético;
- F (Fstar) – Fadiga;

- Flow (Flowstar) – Fluxo de fluidos;
- Geostar – Módulo pré e pós-processador;
- Optstar – Otimização de projetos.

Neste trabalho, foi utilizado o COSMOSM™ versão 2.9 (2004), através do pré e pós-processador Geostar256K. É neste módulo onde são implementados o modelo geométrico (empregando as ferramentas associadas à geração de pontos, linhas, superfícies e volumes), as malhas, as cargas ou deslocamentos e as condições de contorno, bem como a análise do conjunto. Neste instante, ativa-se o módulo de análise (linear ou não-linear) requerido, saindo do Geostar. Após o êxito da análise, o programa retorna automaticamente ao Geostar para o necessário pós-processamento, onde são feitas as análises dos resultados, inclusive de forma gráfica.

Outras informações sobre o programa COSMOSM™ podem ser encontradas na página do software na internet.^{10,11}

O código do COSMOSM™ é uma linguagem de notações sequenciais mnemônicas, através da qual se pode descrever o processo computacional.¹²

O conjunto de comandos irá providenciar a interação com o programa, possibilitando ao usuário uma maneira simples, quase intuitiva da montagem do problema, bem como da análise dos resultados obtidos.

A seguir serão descritos os exemplos que foram estudados neste trabalho.

4 EXEMPLO 1¹³

Este primeiro exemplo analisado foi baseado no exercício que se encontra na seguinte referência: “Ensaio Mecânicos de Materiais Metálicos – Fundamentos Teóricos e Práticos”, Sérgio Augusto de Souza, Ed. Edgarg Blücher, 5ª ed., 1982, p.262-264.

A solução completa está descrita no Anexo, no fim deste trabalho. A seguir são abordados os aspectos mais relevantes para a simulação propriamente.

4.1 Problema e Dados

Este exemplo foi escolhido pois retrata com rigor a parte elástica de um ensaio de tração, já que realiza o ensaio de tração em uma barra de aço para construção civil para a determinação do Limite Convencional de Escoamento 0,2%.

Entre os dados fornecidos pelo problema e obtidos pela solução, foram destacados os mais relevantes para a simulação:

- Comprimento Útil (Extensômetro), $L_o = 200$ mm;
- Área da Seção Média da Barra, $S_o = 282,62$ mm²;
- Limite de Escoamento, $\sigma_{0,2\%} = 59,1$ kgf/mm²;
- Módulo de Elasticidade, $E = 21070,7$ kgf/mm².

Os procedimentos de cálculo dos parâmetros anteriores estão descritos no Anexo. No anexo também está a Tabela 9 com os resultados de Força e Deslocamento do Ensaio e o respectivo gráfico (figura 44).

4.2 Matriz de Rigidez

Antes de implementar os modelos de simulação matemática, segue neste item uma breve análise do conceito básico dos cálculos envolvidos nas simulações por Elementos Finitos.

No estudo do comportamento elástico dos metais, é de fundamental importância para projetos de engenharia a relação de proporcionalidade entre a deformação e a carga aplicada, conhecida como Lei de Hooke.¹⁴ Uma barra uniforme de comprimento L , área da seção A e módulo de elasticidade E pode ser modelada como uma mola linear de rigidez k_{eq} (figura 1).

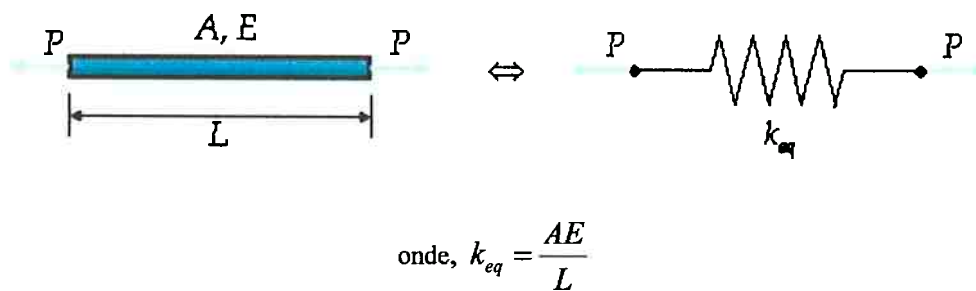


Figura 1 - Modelo elástico de uma barra uniforme

Dessa forma, a relação entre a força nos nós e os deslocamentos pode ser representada como na figura 2 a seguir.

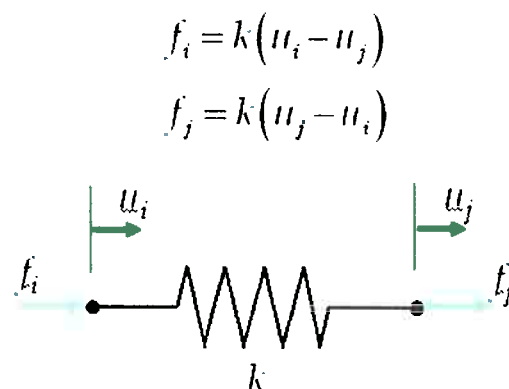


Figura 2 - Relação entre força e deslocamento

Pode-se escrever essas equações na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_j \end{Bmatrix}$$

ou simplesmente:

$$\mathbf{k} \mathbf{u} = \mathbf{f}.$$

onde, $\mathbf{k}$ é a matriz de rigidez do elemento; $\mathbf{u}$ é o vetor de deslocamento do elemento; $\mathbf{f}$ é o vetor de força do elemento.

Estendendo o raciocínio para vários elementos de barra, de maneira análoga pode-se encontrar uma equação matricial para o sistema, ou, mais simplesmente, descrever o sistema global como: $\mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F}$. Entretanto, mesmo o sistema de um

elemento não tem solução se não forem implementadas condições de contorno adequadas.

Para o exemplo estudado, implementou-se o modelo estrutural mostrado na figura 3, composto por 3 elementos de rigidez k_1 , k_2 e k_3 , respectivamente, cujos deslocamentos u_1 , u_2 , u_3 e u_4 são provocados pela força F .

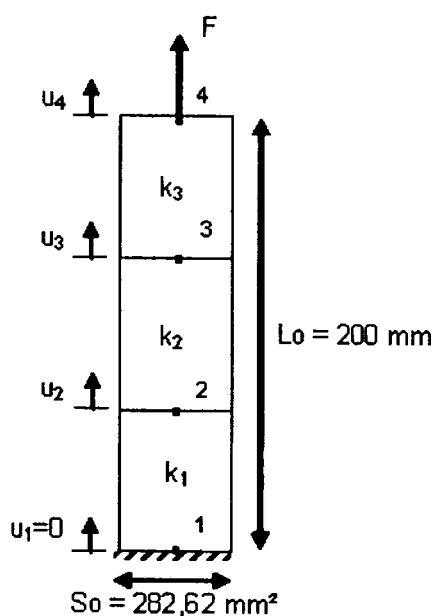


Figura 3 - Modelo Elástico do Exemplo Estudado

A matriz de rigidez dos elementos 1, 2 e 3 fica:

$$k_1 = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$k_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & -k_2 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$k_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & -k_3 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}$$

A matriz de rigidez global, resulta: $k = k_1 + k_2 + k_3$.

Assim, a matriz de rigidez, o vetor de deslocamento e o vetor de força globais para o exemplo são:

$$k = \begin{vmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 \end{vmatrix}$$

$$u = \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{vmatrix} \quad F = \begin{vmatrix} R_1 \\ 0 \\ 0 \\ F \end{vmatrix}$$

As condições de contorno para o problema são:

1) O módulo de rigidez dos elementos 1, 2 e 3 deve ser a mesmo, pois a barra deve ser tratada como uniforme. Daí:

$$k_1 = k_2 = k_3 = k = (S_0 \times E) / (L_0/3)$$

Calculando, tem-se que **k = 89325 kgf/mm**.

2) Como a seção inferior da barra está engastada, o deslocamento $u_1 = 0$, e assim pode-se cancelar a linha e a coluna associados a u_1 :

$$\begin{vmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R_1 \\ 0 \\ 0 \\ F \end{vmatrix}$$

Resolvendo o sistema, tem-se:

$$\begin{vmatrix} 2k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & k \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 178650 & -89325 & 0 \\ -89325 & 178650 & -89325 \\ 0 & -89325 & 89325 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1,11951E-05 & 1,12E-05 & 1,12E-05 \\ 1,11951E-05 & 2,24E-05 & 2,24E-05 \\ 1,11951E-05 & 2,24E-05 & 3,36E-05 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{vmatrix}$$

Entrando com os valores da força F fornecidos pelo exemplo (Tabela 1), pode-se encontrar o valor de u_4 , sendo que $u_4 = u_f$, que é o deslocamento medido pelo

extensômetro para cada força. A tabela 1 abaixo mostra os valores obtidos para u_f e compara com os valores da literatura (do exemplo). Os resultados para a parte elástica estão em negrito, destacando a região de validade do modelo.

Tabela 1 - Comparação: Matriz de Rigidez x Literatura

n	Força (kgf)	Desloc. (mm)	Matriz de Rigidez Desloc. (mm)
0	0	0	0,000
1	1490	0,050	0,050
2	3000	0,100	0,101
3	4420	0,150	0,148
4	5920	0,200	0,199
5	7450	0,250	0,250
6	8900	0,300	0,299
7	10350	0,350	0,348
8	11900	0,400	0,400
9	12800	0,450	0,43
10	13750	0,500	0,46
11	14400	0,550	0,48
12	15000	0,600	0,50
13	15360	0,650	0,52
14	15700	0,700	0,53
15	16100	0,750	0,54
16	16240	0,800	0,55
17	16500	0,850	0,55
18	16600	0,900	0,56
19	16700	0,950	0,56
20	16800	1,000	0,56
21	16820	1,050	0,56
22	16850	1,100	0,57
23	16900	1,150	0,57
24	17050	1,200	0,57

O respectivo gráfico de comparação é mostrado na figura 4 a seguir. Pode-se verificar que o método funciona com exatidão para a região elástica.

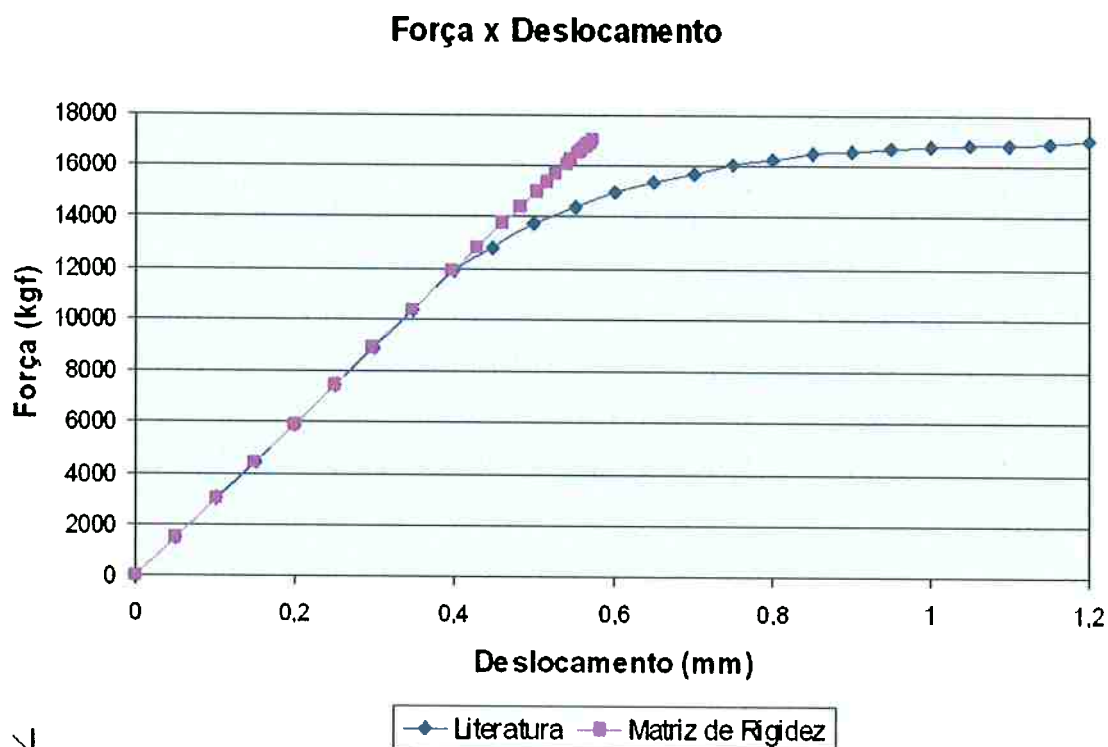


Figura 4- Comparação: Matriz de Rigidez x Literatura

4.3 Complexidades Estudadas

Os modelos que foram implementados na sequência deste trabalho podem ser classificados por suas diferentes complexidades quanto à:

A) Geometria do Modelo do Corpo de Prova:

- A.i) Paralelepípedo Equivalente;
- A.ii) Axissimétrico.

B) Característica do Material:

- B.i) Linear – Análise Estática;
- B.ii) Bilinear – Análise Não Linear;
- B.iii) MPC (*Material Property Curve*) – Análise Não Linear.

C) Malha:

- C.i) Simples;
- C.ii) Média;
- C.iii) Refinada.

No início de cada modelo estão indicados os tipos de complexidades utilizadas. Foram implementados em ordem crescente de complexidade.

4.4 Modelos

4.4.1 Paralelepípedo Equivalente – Linear (Análise Estática) – Simple

a) Linhas de Comando – Código do Programa

C*

C* tracao_livro_ensaios mecanicos_3.ses

C* MUDA A VISÃO

VIEW,0,0,1,0

C* GEOMETRIA DA PEÇA

PT,1,0,0,0

PT,2,18.97,0,0

PT,3,18.97,200,0

PT,4,0,200,0

C* MUDA A ESCALA

SCALE,.25

C* FAZ A SUPERFÍCIE DO MODELO

SF4PT,1,1,2,3,4,0

C* CRIA A MALHA

M_SF,1,1,1,4,3,3,1,1

C* UNE NÓS COINCIDENTES

NMERGE,1,30,1,0.1,0,0,0

C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO ELEMENTO

EGROUP,1,PLANE2D,0,1,0,0,0,0,0

C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO MATERIAL

C* EX É O MÓDULO DE ELASTICIDADE, NUXY É O COEFICIENTE DE POISSON E SIGYLD É O LIMITE DE ESCOAMENTO

```

MPROP,1,EX,21070.7,NUXY,0.33,SIGYLD,59.1
C* DEFINE CONSTANTES DEPENDENDO DA GEOMETRIA, NO CASO,
A ESPESSURA
RCONST,1,1,1,2,14.90,0
C* CRIA UM ENGASTAMENTO
DCR,1,AL,0,1,1
C* DEFINE O DESLOCAMENTO ANALISADO
DND,13,UY,0.300,16,1,
C* CONTROLES DE PROCESSAMENTO
TIMES,0,1,.1
CURDEF,TIME,1,1,0,0,1,1
A_STATIC,N,0,0,1E-006,1E+010,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0
C* ANÁLISE ESTÁTICA
C* R_STATIC

```

(“C*” significa que se trata de um comentário)

b) Modelo do Corpo de Prova (figura 5)

Utilizou-se um modelo de paralelepípedo equivalente ao cilindro em questão. Para isso, foi mantido o volume do cilindro, conservando sua altura e a área da seção transversal. O valor do diâmetro foi usado para a largura ($w = 18,97 \text{ mm}$) e calculou-se a espessura ($t = 14,90 \text{ mm}$) necessária para manter a área constante.

O corpo de prova foi dividido em 9 elementos, recebeu um engastamento na seção inferior e os deslocamentos na seção superior.

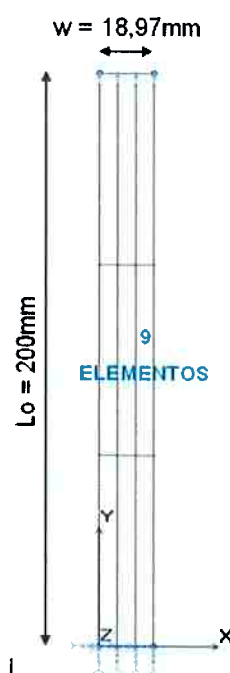


Figura 5 - Modelo Estrutural do Corpo de Prova

c) Análise e Resultados

Este primeiro modelo foi implementado para simular apenas o comportamento elástico do corpo de prova.

Utilizando o comando <DISLIST> (diretamente no GeoStar Console), ou pelo Menu (Results>List>Displacement/Response/Reaction), e escolhendo as opções desejadas, pode-se obter as forças resultantes.

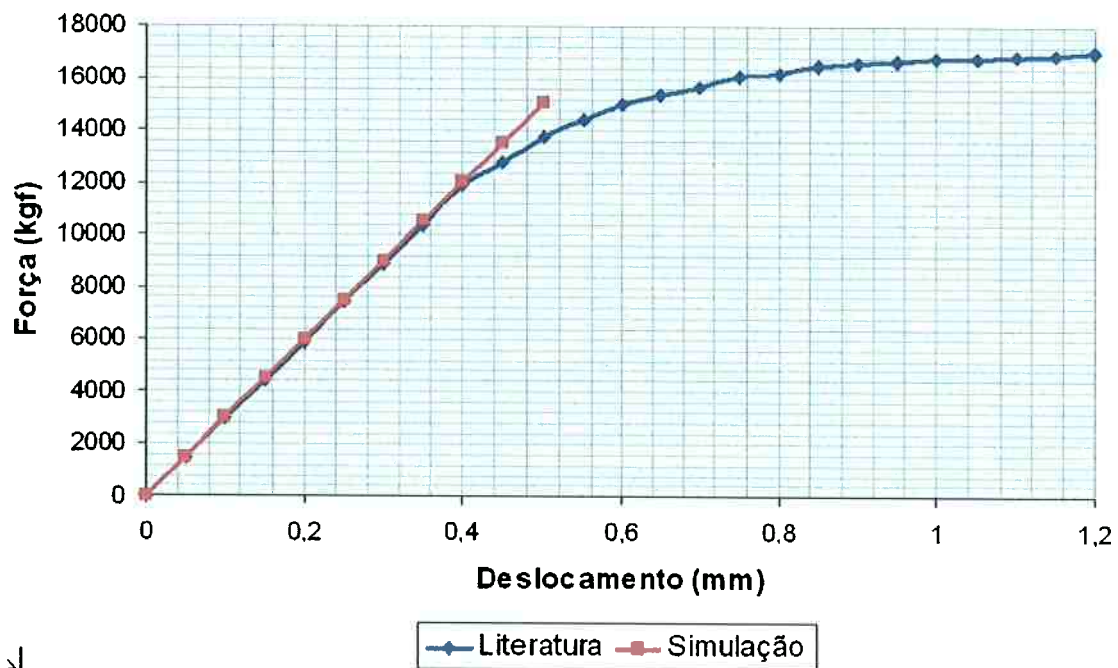
Para cada deslocamento, foi obtida a força resultante (na direção y) através da soma do valor das forças nos nós da seção superior.

Os resultados foram altamente satisfatórios para a região elástica estudada.

A tabela 2 e o respectivo gráfico (figura 6) a seguir ilustram os resultados obtidos.

Tabela 2 - Comparação Literatura x Simulação

Desloc. (mm)	Força (kgf)	Força COSMOS/M (kgf)
0	0	0
0,050	1490	1505
0,100	3000	3010
0,150	4420	4514
0,200	5920	6019
0,250	7450	7524
0,300	8900	9029
0,350	10350	10530
0,400	11900	12040

Força x Deslocamento**Figura 6 - Resultados: Literatura x Simulação**

4.4.2 Paralelepípedo Equivalente – Bilinear (Análise Não Linear) – Simples

Neste modelo, procurou-se analisar também a parte plástica do ensaio, porém, apenas aproximando por uma reta, através da determinação do Módulo Tangente (ETAN). O ETAN ($ETAN = 909,85 \text{ kgf/mm}^2$) é o coeficiente angular da reta que aproxima a parte plástica no gráfico de tensão nominal x deformação nominal (figura 7).

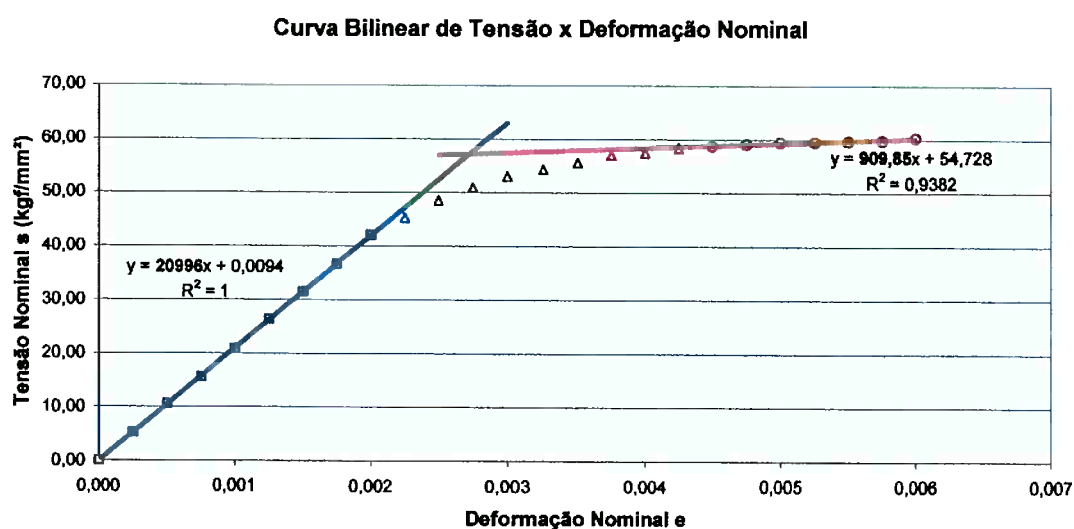


Figura 7 - Curva Bilinear Tensão Nominal x Deformação Nominal

A Tensão Nominal (s) e a Deformação Nominal (e), provêm das seguintes equações:¹⁵

$$s = \frac{P}{S_o} \quad e \quad e = \frac{\Delta L}{L_o},$$

onde P é a Força (Carga), S_o é a Área da Seção Transversal Inicial, ΔL é o deslocamento e L_o é o comprimento inicial.

a) Linhas de Comando – Código do Programa

C*

C* tlem_parale_bilinear_2.ses

C* MUDA A VISÃO

```

VIEW,0,0,1,0,
C* GEOMETRIA DA PEÇA
PT,1,0,0,0,
PT,2,18.97,0,0,
PT,3,18.97,200,0,
PT,4,0,200,0,
C* MUDA A ESCALA
SCALE,.25,
C* FAZ A SUPERFÍCIE DO MODELO
SF4PT,1,1,2,3,4,0,
C* CRIA A MALHA
M_SF,1,1,1,4,3,3,1,1,
C* UNE NÓS COINCIDENTES
NMERGE,1,30,1,0.1,0,0,0,
C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO ELEMENTO
EGROUP,1,PLANE2D,0,1,0,0,1,0,0,0,
C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO MATERIAL
MPROP,1,EX,20996,NUXY,0.33,SIGYLD,59.1,ETAN,909.85,
C* DEFINE CONSTANTES DEPENDENDO DA GEOMETRIA, NO CASO,
A ESPESSURA
RCONST,1,1,1,2,14.90,0,
C* CRIA UM ENGASTAMENTO
DCR,1,AL,0,1,1,
C* CONTROLES DE PROCESSAMENTO
TIMES,0,24,1
CURDEF,TIME,1,1,0,0,1,1
NL_PLOT,1,24,1,0,
C* DEFINE O INCREMENTO DO DESLOCAMENTO (1/24 DO TOTAL)
DND,13,UY,0.050,16,1,
C* ANÁLISE NÃO LINEAR
C* R_NONLINEAR,

```

b) Modelo do Corpo de Prova

O modelo utilizado é o mesmo paralelepípedo equivalente do item 4.4.1 anterior (figura 5).

c) Análise e Resultados

Da mesma forma que no item 4.4.1 anterior, para cada deslocamento, foi obtida a força resultante (na direção y) através da soma do valor das forças nos nós da seção superior.

A figura 9 apresenta o gráfico da comparação com os resultados da literatura.

Pode-se verificar que os valores não diferem muito do esperado.

4.4.3 Paralelepípedo Equivalente – MPC (Análise Não Linear) – Simples

Neste modelo, a parte plástica do ensaio também foi analisada, porém, de maneira mais precisa, através da curva Tensão Real x Deformação Real do material (figura 8), que é implementada no programa através do comando <MPC> e <MPCTYP>.

O primeiro ponto da curva MPC é considerado como o Limite de Escoamento, sendo ignorado o parâmetro SIGYLD, se fornecido. Então, o comportamento entre a origem e este ponto é considerado linear. Entre os pontos fornecidos o programa utiliza interpolação linear.¹⁶

Só é necessário a entrada do coeficiente de Poisson (NUXY) no código do programa.

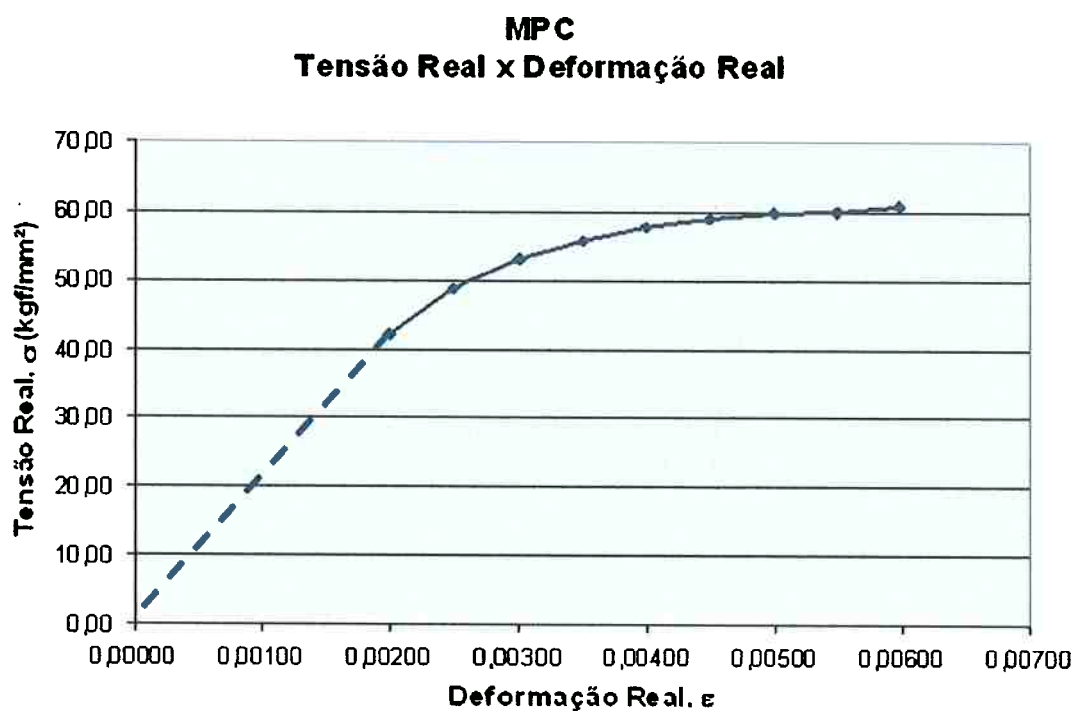


Figura 8 - Curva MPC

A Tensão Real (σ) e a Deformação Real (ϵ), provêm das seguintes equações:¹⁷

$$\sigma = s(1 + e) \quad \text{e} \quad \epsilon = \ln(1 + e),$$

onde s é a tensão nominal e e é a deformação nominal.

a) Linhas de Comando – Código do Programa

C*

C* tlem_mpc_5.ses

C* MUDA A VISÃO

VIEW,0,0,1,0,

C* GEOMETRIA DA PEÇA

PT,1,0,0,0,

PT,2,18.97,0,0,

PT,3,18.97,200,0,

PT,4,0,200,0,

C* MUDA A ESCALA

SCALE,.25,

```

C* FAZ A SUPERFÍCIE DO MODELO
SF4PT,1,1,2,3,4,0,
C* CRIA A MALHA
M_SF,1,1,1,4,3,3,1,1,
C* ENTRADA DA CURVA MPC (TENSÃO x DEFORMAÇÃO)
MPCTYP,1,1,
MPC,1,0,1,0.00200,42.19,0.00250,48.77,0.00300,53.23,0.00349,55.75,0.00399
,57.69,0.00449,59.00,0.00499,59.74,0.00548,59.95, 0.00598,60.69,
C* UNE NÓS COINCIDENTES
NMERGE,1,30,1,0.1,0,0,0,
C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO ELEMENTO
EGROUP,1,PLANE2D,0,1,0,0,1,0,0,0,
C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO MATERIAL
MPROP,1,NUXY,0.33,
C* DEFINE CONSTANTES DEPENDENDO DA GEOMETRIA, NO CASO,
A ESPESSURA
RCONST,1,1,1,2,14.90,0,
C* CRIA UM ENGASTAMENTO
DCR,1,AL,0,1,1,
C* CONTROLES DE PROCESSAMENTO
TIMES,0,240,1
CURDEF,TIME,1,1,0,0,1,1
NL_PLOT,1,240,1,0,
C* DEFINE O INCREMENTO DO DESLOCAMENTO (1/240 DO TOTAL)
DND,13,UY,0.0050,16,1,
C* ANÁLISE NÃO LINEAR
C* R_NONLINEAR,

```

b) Modelo do Corpo de Prova

O modelo utilizado é o mesmo paralelepípedo equivalente do item 4.4.1 (ver figura 5).

c) Análise e Resultados

Da mesma forma que no item 4.4.1, para cada deslocamento, foi obtida a força resultante (na direção y) através da soma do valor das forças nos nós da seção superior.

A figura 9 apresenta o gráfico da comparação com os resultados da literatura.

Pode-se observar que os valores da simulação com o MPC apresentam ótima correlação com os valores da literatura.

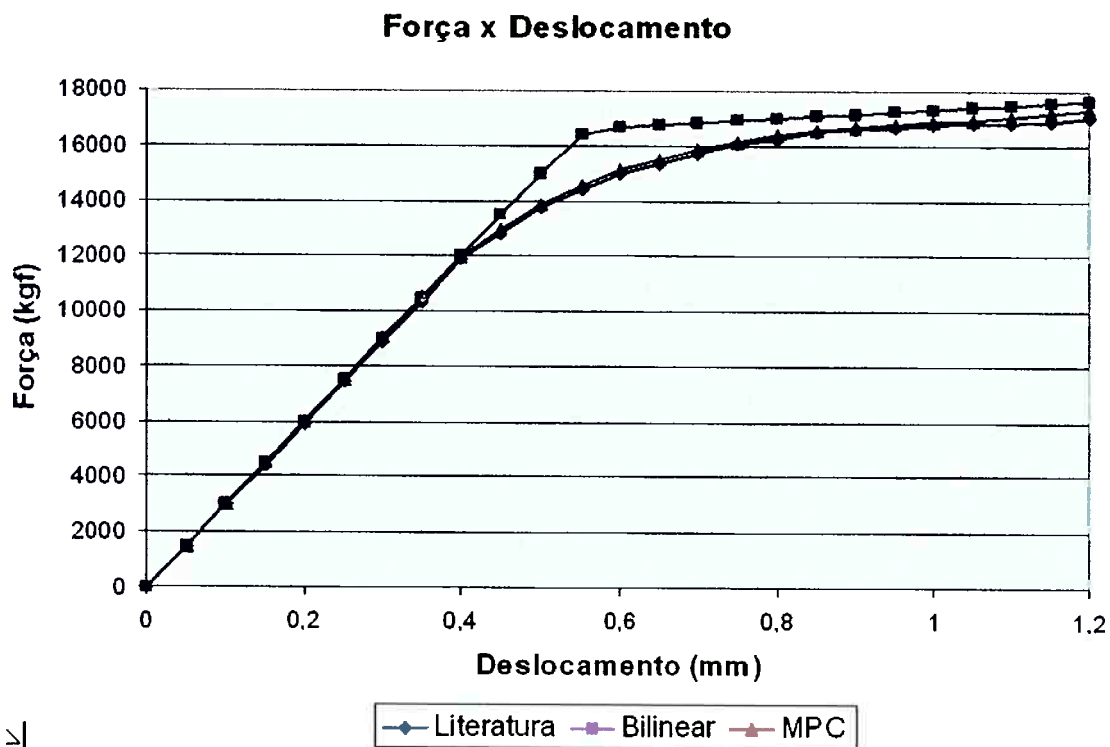


Figura 9 - Resultados: Simulação MPC x Simulação Bilinear x Literatura

4.4.4 Modelo Axissimétrico – Bilinear (Análise Não Linear) – Média

a) Linhas de Comando – Código do Programa

C*

```

C* tlem_axissim_bilinear_1.ses
C* MUDA A VISÃO
VIEW,0,0,1,0,
C* GEOMETRIA DA PEÇA
PT,1,0,0,0,
PT,2,9.485,0,0,
PT,3,9.485,200,0,
PT,4,0,200,0,
C* MUDA A ESCALA
SCALE,.25,
C* FAZ A SUPERFÍCIE DA SEÇÃO AXISSIMÉTRICA DO MODELO
SF4PT,1,1,2,3,4,0,
C* CRIA A MALHA
M_SF,1,1,1,4,5,8,1,1,
C* UNE NÓS COINCIDENTES
NMERGE,1,54,1,0.1,0,0,0,
C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO ELEMENTO
C* EM NEGRITO, O PARÂMETRO QUE DEFINE O TIPO
AXISSIMÉTRICO
EGROUP,1,PLANE2D,0,1,1,0,1,0,0,0,
C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO MATERIAL
MPROP,1,EX,20996,NUXY,0.33,SIGYLD,59.1,ETAN,909.85,
C* DEFINE CONSTANTES DEPENDENDO DA GEOMETRIA, NO CASO
AXISSIMÉTRICO, A ESPESSURA DEVE SER 0
RCONST,1,1,1,2,0,0,
C* CRIA UM ENGASTAMENTO
DCR,1,AL,0,1,1,
C* CONTROLES DE PROCESSAMENTO
TIMES,0,24,1,
CURDEF,TIME,1,1,0,0,1,1,
NL_PLOT,1,24,1,0,
C* DEFINE O INCREMENTO DO DESLOCAMENTO (1/24 DO TOTAL)

```

DND,49,UY,0.050,54,1,
 C* ANÁLISE NÃO LINEAR
 C* R_NONLINEAR,

b) Modelo do Corpo de Prova (figura 10)

O modelo axissimétrico permite a representação bidimensional de estruturas tridimensionais com simetria axial, como o cilindro do exemplo, reduzindo a quantidade de elementos e também o tempo de processamento. Quando existe uniformidade de propriedades ao longo do corpo de prova, o modelo axissimétrico apresenta desempenho equivalente ao tridimensional.

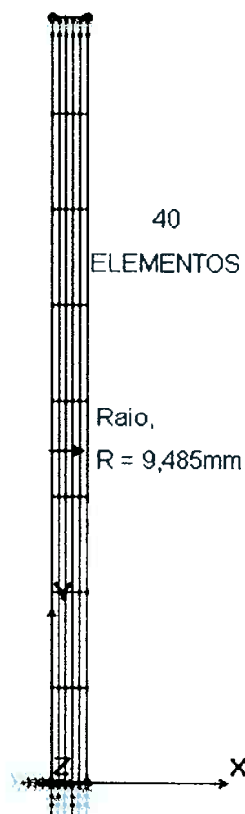


Figura 10 - Modelo axissimétrico do CP

c) Análise e Resultados

Da mesma forma descrita no item 4.4.1 pode-se obter as forças resultantes nos nós da seção superior do CP. Entretanto, a força resultante (na direção y), para cada deslocamento (STEP), é a soma das forças de cada nó (n) multiplicada pelo fator 2π .

$$FR_y = \sum_{n=1}^n (F_y) \times 2\pi$$

As figuras 12 e 13 apresentam os gráficos da comparação com os resultados da literatura.

Pode-se verificar que os valores não diferem muito do esperado.

4.4.5 Modelo Axissimétrico – MPC (Análise Não Linear) – Média

a) Linhas de Comando – Código do Programa

```
C*
C* TLEM_AXISSIM_MPC_2.SES
C* MUDA A VISÃO
VIEW,0,0,1,0,
C* GEOMETRIA DA PEÇA
PT,1,0,0,0,
PT,2,9.485,0,0,
PT,3,9.485,200,0,
PT,4,0,200,0,
C* MUDA A ESCALA
SCALE,.25,
C* FAZ A SUPERFÍCIE DA SEÇÃO AXISSIMÉTRICA DO MODELO
SF4PT,1,1,2,3,4,0,
C* CRIA A MALHA
M_SF,1,1,1,4,5,8,1,1,
C* ENTRADA DA CURVA MPC (TENSÃO x DEFORMAÇÃO)
MPCTYP,1,1,
```

MPC,1,0,1,0.00200,42.19,0.00250,48.77,0.00300,53.23,0.00349,55.75,0.00399,
 ,57.69,0.00449,59.00,0.00499,59.74,0.00548,59.95,0.00598,60.69,

C* UNE NÓS COINCIDENTES

NMERGE,1,54,1,0.1,0,0,0,

C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO ELEMENTO

C* EM NEGRITO, O PARÂMETRO QUE DEFINE O TIPO
 AXISSIMÉTRICO

EGROUP,1,PLANE2D,0,1,1,0,1,0,0,0,

C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO MATERIAL

MPROP,1,NUXY,0.33,

C* DEFINE CONSTANTES DEPENDENDO DA GEOMETRIA, NO CASO
 AXISSIMÉTRICO, A ESPESSURA DEVE SER 0

RCONST,1,1,1,2,0,0,

C* CRIA UM ENGASTAMENTO

DCR,1,AL,0,1,1,

C* CONTROLES DE PROCESSAMENTO

TIMES,0,24,1,

CURDEF,TIME,1,1,0,0,1,1,

NL_PLOT,1,24,1,0,

C* DEFINE O INCREMENTO DO DESLOCAMENTO (1/24 DO TOTAL)

DND,49,UY,0.050,54,1,

C* GERA SAÍDAS DE DEFORMAÇÃO

STRAIN_OUT,1,1,0,0,1,1,

C* OS PARÂMETROS EM NEGRITO FORAM EDITADOS,
 AUMENTANDO A TOLERÂNCIA ÀS DEFORMAÇÕES, POSSIBILITANDO
 QUE O PROGRAMA RODE

A_NONLINEAR,S,1,1,20,0.1,0,N,0,0,1E+010,0.1,1,0,1,0,0,

C* ANÁLISE NÃO LINEAR

C* R_NONLINEAR,

b) Modelo do Corpo de Prova

O modelo axissimétrico utilizado é o mesmo do item 4.4.4 (figura 10).

c) Análise e Resultados

Os resultados estão apresentados na tabela 3 a seguir e nos gráficos das figuras 12 e 13.

Pode-se verificar que apresentaram excelente correlação com os resultados da literatura.

Tabela 3 - Força Resultante: Literatura e Simulação

n	Desloc. (mm)	Força (kgf)	Força COSMOS/M (kgf)	
0	0	0	0	0
1	0,050	1490	240,1	1509
2	0,100	3000	480,2	3017
3	0,150	4420	720,4	4526
4	0,200	5920	960,5	6035
5	0,250	7450	1201	7546
6	0,300	8900	1441	9054
7	0,350	10350	1681	10562
8	0,400	11900	1910	12001
9	0,450	12800	2062	12956
10	0,500	13750	2207	13867
11	0,550	14400	2311	14520
12	0,600	15000	2405	15111
13	0,650	15360	2465	15488
14	0,700	15700	2520	15834
15	0,750	16100	2565	16116
16	0,800	16240	2603	16355
17	0,850	16500	2631	16531
18	0,900	16600	2657	16694
19	0,950	16700	2675	16808
20	1,000	16800	2690	16902
21	1,050	16820	2698	16952
22	1,100	16850	2712	17040
23	1,150	16900	2729	17147
24	1,200	17050	2746	17254

4.4.6 Modelo Axissimétrico – MPC (Análise Não Linear) – Refinada

a) Linhas de Comando – Código do Programa


```

C*
C* tlem_axissim_mpc_4.ses
C* MUDA A VISÃO
VIEW,0,0,1,0,
C* GEOMETRIA DA PEÇA
PT,1,0,0,0,
PT,2,9.485,0,0,
PT,3,9.485,200,0,
PT,4,0,200,0,
C* MUDA A ESCALA
SCALE,.25,
C* FAZ A SUPERFÍCIE DA SEÇÃO AXISSIMÉTRICA DO MODELO
SF4PT,1,1,2,3,4,0,
C* CRIA A MALHA COM 1280 ELEMENTOS
M_SF,1,1,1,4,10,128,1,1,
C* ENTRADA DA CURVA MPC (TENSÃO x DEFORMAÇÃO)
MPCTYP,1,1,
MPC,1,0,1,0.00200,42.19,0.00250,48.77,0.00300,53.23,0.00349,55.75,0.00399
,57.69,0.00449,59.00,0.00499,59.74,0.00548,59.95,0.00598,60.69,
C* UNE NÓS COINCIDENTES
NMERGE,1,54,1,0.1,0,0,0,
C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO ELEMENTO
C* EM NEGRITO, O PARÂMETRO QUE DEFINE O TIPO
AXISSIMÉTRICO
EGROUP,1,PLANE2D,0,1,1,0,1,0,0,0,
C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO MATERIAL
MPROP,1,NUXY,0.33,
C* DEFINE CONSTANTES DEPENDENDO DA GEOMETRIA, NO CASO
AXISSIMÉTRICO, A ESPESSURA DEVE SER 0
RCONST,1,1,1,2,0,0,
C* CRIA UM ENGASTAMENTO
DCR,1,AL,0,1,1,

```

C* CONTROLES DE PROCESSAMENTO

TIMES,0,240,1,

CURDEF,TIME,1,1,0,0,1,1,

NL_PLOT,1,240,1,0,

C* DEFINE O INCREMENTO DO DESLOCAMENTO (1/240 DO TOTAL)

DND,1409,UY,0.0050,1419,1,

C* GERA SAÍDAS DE DEFORMAÇÃO

STRAIN_OUT,1,1,0,0,1,1,

C* ANÁLISE NÃO LINEAR

C* R_NONLINEAR,

b) Modelo do Corpo de Prova (figura 11)

Este modelo foi implementado para avaliar a influência do refinamento da malha nos resultados. O corpo de prova com 40 elementos foi substituído por um com 1280.

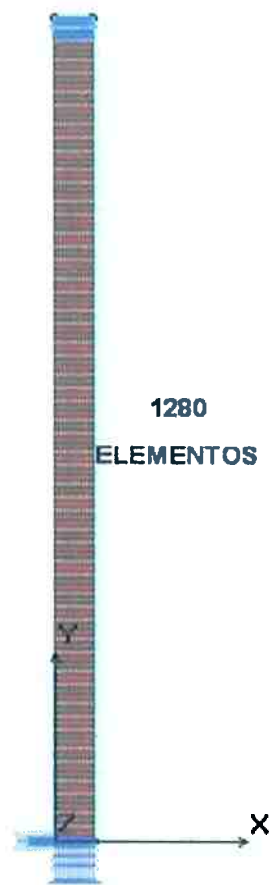


Figura 11 - Modelo do Corpo de Prova Axissimétrico com Malha Refinada

c) Análise e Resultados

As forças resultantes foram calculadas, como descrito nos itens anteriores, e os resultados estão na tabela 4 abaixo e nos gráficos das figuras 12 e 13.

Verificou-se que os resultados para a Malha Refinada ficaram mais próximos dos valores da Literatura. Entretanto, o tempo de processamento foi muito superior ao da Malha Média.

Tabela 4 - Resultados: Malha Refinada x Literatura

Literatura			Simulação	
n	Desloc. (mm)	Força (kgf)	n	Força COSMOS/M (kgf)
0	0	0	0	0
1	0,050	1490	10	1495
2	0,100	3000	20	2991
3	0,150	4420	30	4486
4	0,200	5920	40	5981
5	0,250	7450	50	7477
6	0,300	8900	60	8972
7	0,350	10350	70	10468
8	0,400	11900	80	11944
9	0,450	12800	90	12887
10	0,500	13750	100	13823
11	0,550	14400	110	14458
12	0,600	15000	120	15080
13	0,650	15360	130	15450
14	0,700	15700	140	15802
15	0,750	16100	150	16085
16	0,800	16240	160	16349
17	0,850	16500	170	16537
18	0,900	16600	180	16707
19	0,950	16700	190	16814
20	1,000	16800	200	16895
21	1,050	16820	210	16927
22	1,100	16850	220	16996
23	1,150	16900	230	17103
24	1,200	17050	240	17210

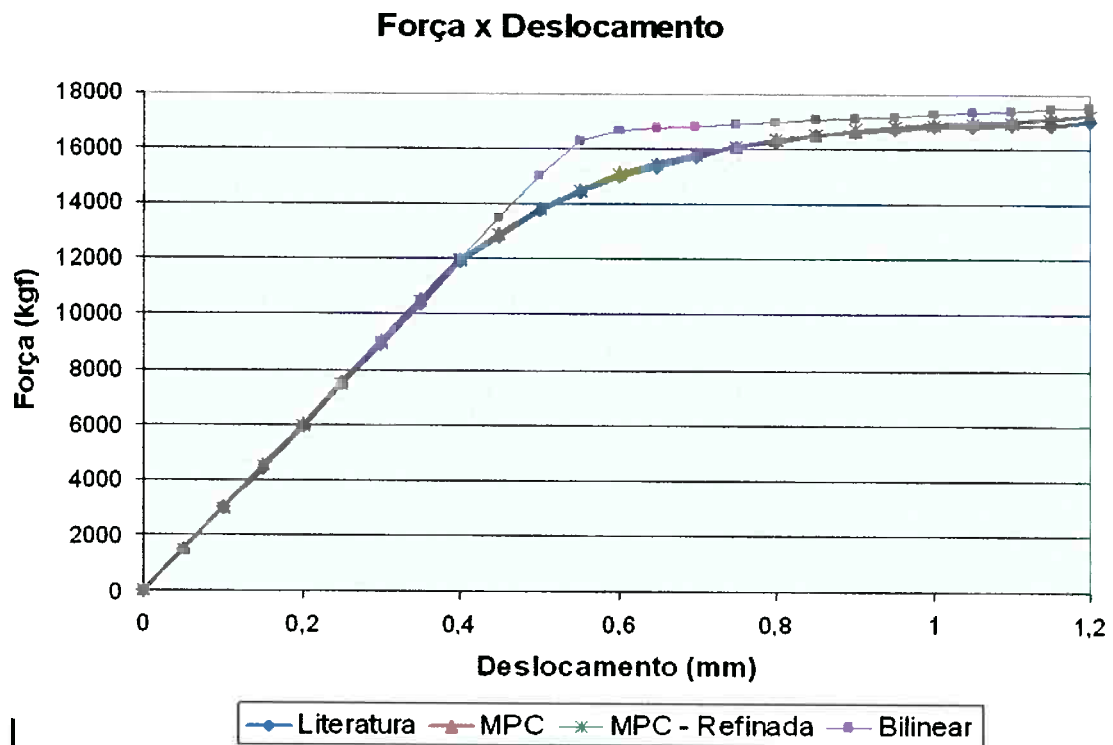


Figura 12 - Comparação: Modelos Axissimétricos

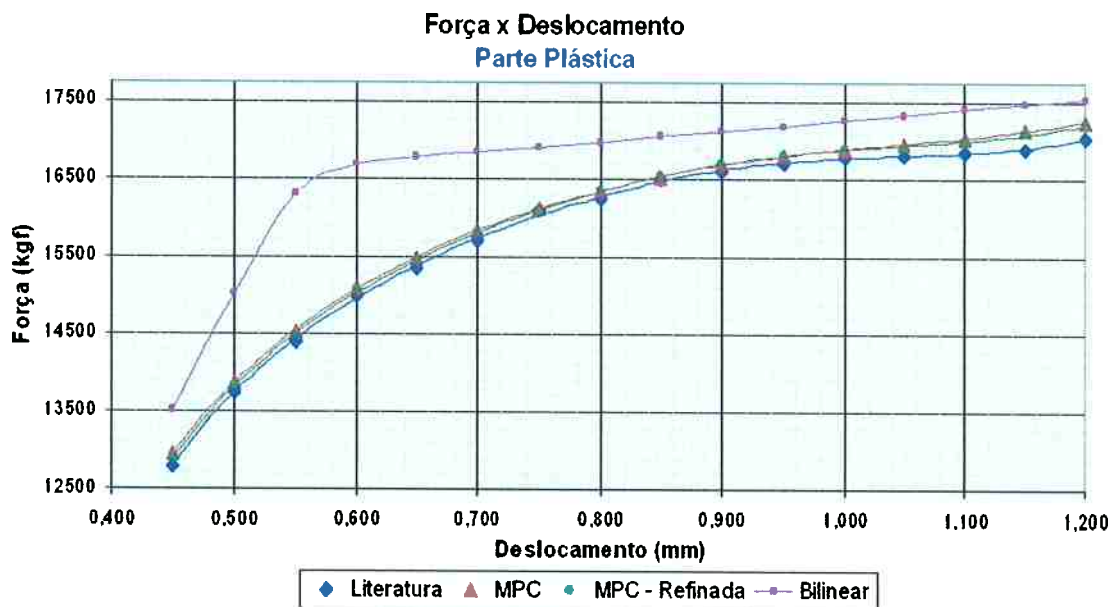


Figura 13 - Comparação: Modelos Axissimétricos (Detalhe)

A seguir, estão relacionadas uma série de saídas típicas do software COSMOSMTM na forma gráfica, implementadas para o modelo axissimétrico de

malha refinada. Todas ilustram o STEP (instante) 240, quando o deslocamento foi o máximo estudado.

c.i) Deslocamento na dir. y (u_y)

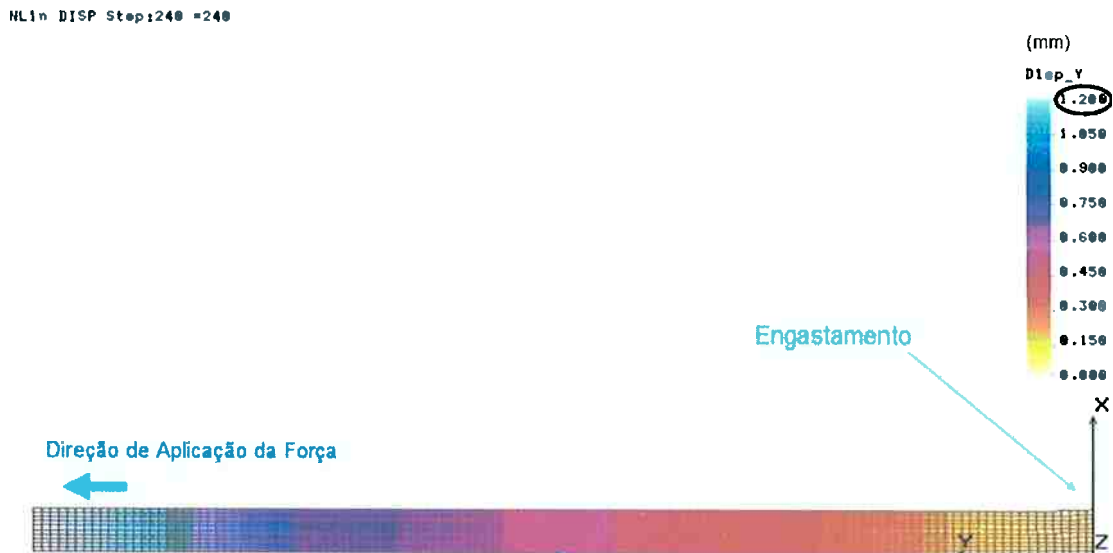


Figura 14 - Deslocamento na dir. y – CP deformado

c.ii) Distribuição de Tensões Normais na dir. y (σ_y)

Pode-se notar a não uniformidade da distribuição das tensões ao longo do corpo de prova (CP). Na região em torno da linha de centro (LC), nas seções onde o estreitamento do CP começa a ocorrer, pode-se observar valores maiores de σ_y .

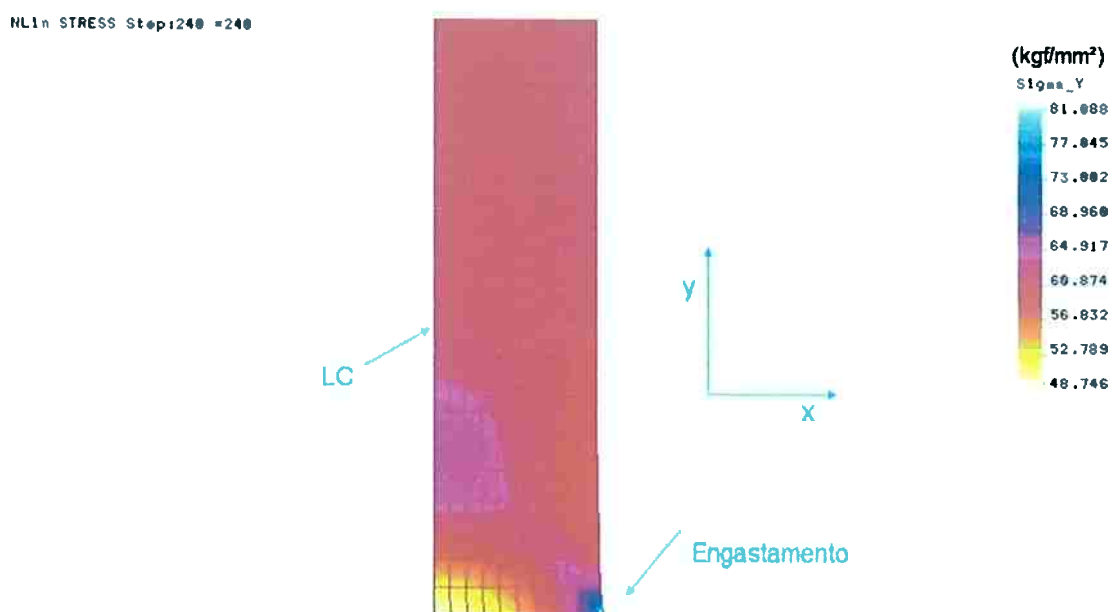


Figura 15 - Tensões Normais na dir. y - Parte Inferior do CP (deformado)

c.iii) Distribuição de Tensões Normais na dir. x (σ_x)

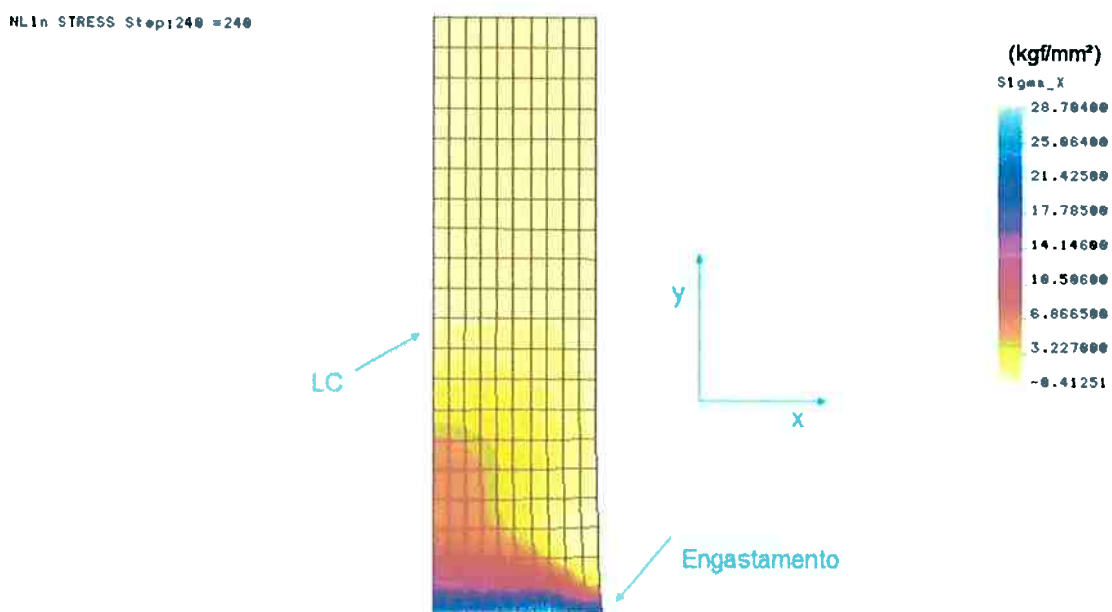


Figura 16 – Tensões Normais na dir. x – Parte Inferior do CP (deformado)

c.iv) Força Resultante na dir. y (FR_y)

O gráfico na figura 17 mostra a força resultante na dir. y na seção superior do CP.

No item 4.4.4.c) foi descrito o procedimento de cálculo da Força Resultante (FR_y) para o modelo axissimétrico. Uma maneira alternativa, é obter a média da força do gráfico da figura, multiplicar pelo número de nós (11) e depois multiplicar por 2π .

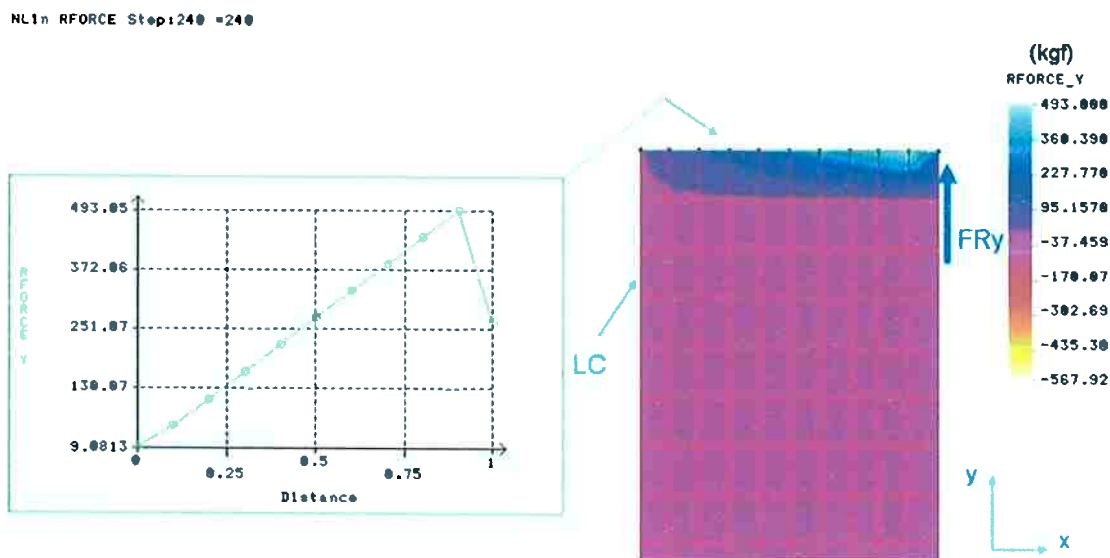


Figura 17 - Força Resultante na dir. y - CP não deformado

5 EXEMPLO 2¹⁸

Este exemplo foi baseado nos dados fornecidos pelo Exercício 1, da página 30 da referência: "Laminação dos Aços – Tópicos Avançados". PLAUT, Ronald Lesley.

O problema trata de um ensaio de tração em corpo de prova cilíndrico de um aço AISI 1015, até seu rompimento. É um exemplo de resultado de ensaio de tração onde a parte plástica recebe muito mais atenção que a parte elástica, pois os resultados experimentais de Carga x Comprimento fornecidos não permitem determinar com precisão os valores na zona elástica.

Baseado nos resultados do exemplo anterior (também cilíndrico), cujo modelo que melhor se comportou foi o axissimétrico, com uso da MPC e malha Refinada, o modelo escolhido para a simulação deste exemplo foi o axissimétrico, com MPC, e malha retangular de nível Médio (80 elementos).

5.1 Dados e Parâmetros Calculados

Os dados do problema foram:

- Material: Aço AISI 1015;
- Comprimento Útil (Extensômetro), $L_o = 50,8$ mm;
- Diâmetro inicial, $d_o = 14,33$ mm;
- Tabela Carga (kg) x Comprimento (mm), (tabela 5).

Essas informações permitem o cálculo de diversos parâmetros, também mostrados na tabela 5 seguir.

Tabela 5 - Dados Fornecidos e Parâmetros Calculados

n	Carga F (kgf)	Comprimento L (mm)	Deformação Nominal $e = \Delta L / L_o$	Tensão Nominal s (kgf/mm ²)	Deformação Real ϵ	Tensão Real σ (kgf/mm ²)	Desloc. ΔL (mm)
1	4220	51,18	0,01	26,17	0,0075	26,36	0,38
2	4200	51,59	0,02	26,04	0,0154	26,45	0,79
3	4760	52,37	0,03	29,51	0,0304	30,43	1,57
4	5150	53,16	0,05	31,93	0,0454	33,42	2,36
5	5500	53,92	0,06	34,10	0,0596	36,20	3,12
6	5780	54,71	0,08	35,84	0,0742	38,60	3,91
7	6020	55,50	0,09	37,33	0,0885	40,78	4,70
8	6250	56,29	0,11	38,75	0,1026	42,94	5,49
9	6400	57,05	0,12	39,68	0,1160	44,56	6,25
10	6510	57,84	0,14	40,36	0,1298	45,96	7,04
11	6640	58,62	0,15	41,17	0,1432	47,51	7,82
12	6960	61,95	0,22	43,15	0,1984	52,63	11,15
13	7100	68,78	0,35	44,02	0,3030	59,60	17,98
14	7080	71,12	0,40	43,90	0,3365	61,46	20,32
15	6960	71,53	0,41	43,15	0,3422	60,76	20,73
16	5890	72,31	0,42	36,52	0,3531	51,98	21,51
17	4850	72,64	0,43	30,07	0,3576	43,00	21,84

As equações utilizadas já foram citadas no exemplo anterior.

5.2 Curva MPC (*Material Property Curve*)

A Curva de Propriedades do Material, MPC, para este exemplo, trata-se da Curva Tensão Real x Deformação Real. O gráfico da figura 18 a seguir mostra as

curvas Tensão x Deformação Convencional (Nominal ou de Engenharia) e Real (Verdadeira), e a parte da curva real abrangida pela MPC.

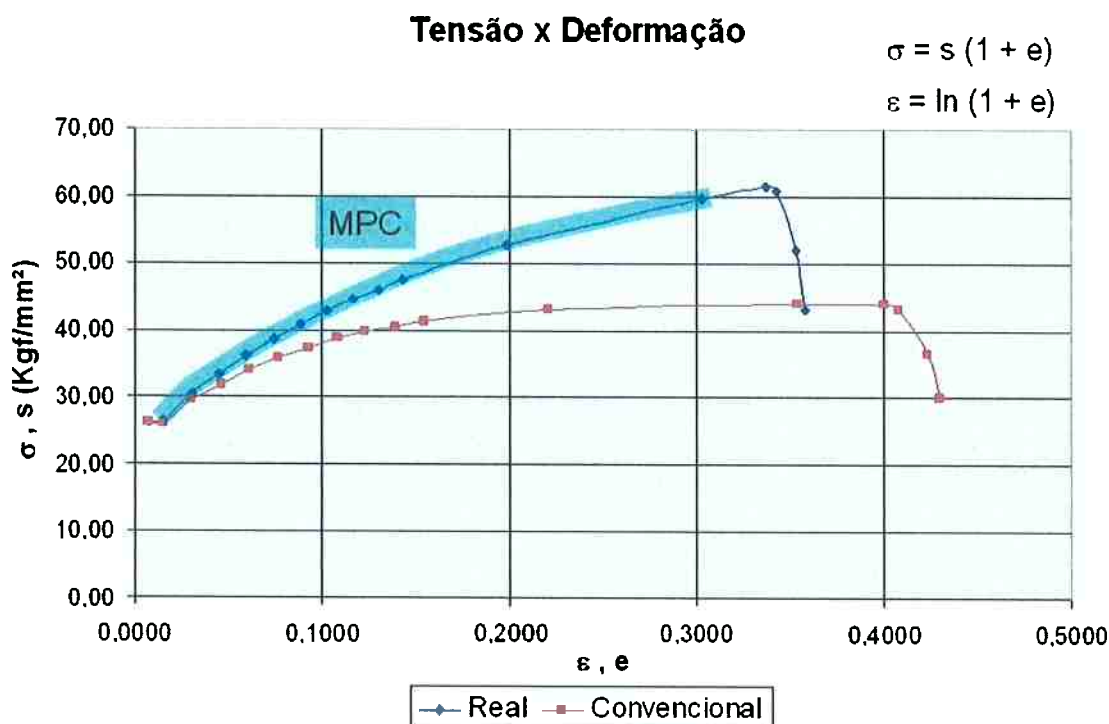


Figura 18 - Curvas Tensão x Deformação Real e Convencional; MPC

É importante salientar que o modelo foi implementado até o ponto de carga máxima aplicada ($n = 13$), não compreendendo a zona de formação do pescoço (estricção). Nessa região, ocorre uma complexa mudança no estado de tensões do material, que passa de uniaxial para triaxial (no caso de uma barra circular) ou biaxial (tira fina).¹⁹

O primeiro ponto da curva MPC é o do fim do regime elástico, ou o Limite de Escoamento. Entretanto, o exercício não fornece tal informação com rigor. Assim, foi calculado um valor aproximado, baseado nas propriedades do material (tabela 6). O exercício também não fornece o tipo de tratamento aplicado ao corpo de prova. Portanto, as propriedades citadas servem apenas como referência.

Tabela 6 - Propriedades Mecânicas do Aço AISI 1015 a 25°C²⁰

Propriedades		Tratamento
Densidade (x1000 kg/m ³)	7,7 – 8,03	
Coefficiente de Poisson	0,27 – 0,30	
Módulo de Elasticidade (GPa)	190 – 210	Recozido a 870°C
Limite de Resistência (MPa)	386,1	
Limite de Escoamento (MPa)	284,4	
Alongamento (%)	37,0	
Redução na Área (%)	69,7	

Dessa forma, foi considerado:

- Módulo de Elasticidade, $E = 20996 \text{ kgf/mm}^2$;
- Deformação, $\varepsilon = 0,001381$;
- Limite de Escoamento Aproximado, $LE = 29 \text{ kgf/mm}^2$.

A partir desse ponto (n), considerou-se os pontos $n = 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12$ e 13 , para o restante da curva.

5.3 Linhas de Comando – Código do Programa

C*

C* tlpr_axissim_mpc_1_ref.ses

C* MUDA A VISÃO

VIEW,0,0,1,0,

C* GEOMETRIA DA PEÇA

PT,1,0,0,0,

PT,2,7.165,0,0,

PT,3,7.165,50.8,0,

PT,4,0,50.8,0,

C* MUDA A ESCALA

SCALE,.5,

C* FAZ A SUPERFÍCIE DA SEÇÃO AXISSIMÉTRICA DO MODELO

SF4PT,1,1,2,3,4,0,

C* CRIA A MALHA COM 80 ELEMENTOS

M_SF,1,1,1,4,5,16,1,1,

C* ENTRADA DA CURVA MPC (TENSÃO x DEFORMAÇÃO)
 MPCTYP,1,1,
 MPC,1,0,1,0.001381,29,0.0454,33.42,0.0742,38.60,0.1026,42.94,0.1160,44.56,
 0.1298,45.96,0.1432,47.51,0.1984,52.63,0.3030,59.60,
 C* UNE NÓS COINCIDENTES
 NMERGE,1,102,1,0.1,0,0,0,
 C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO ELEMENTO
 C* EM NEGRITO, O PARÂMETRO QUE DEFINE O TIPO
 AXISSIMÉTRICO
 EGROUP,1,PLANE2D,0,1,1,0,1,1,0,0,
 C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO MATERIAL
 MPROP,1,NUXY,0.30,
 C* DEFINE CONSTANTES DEPENDENDO DA GEOMETRIA, NO CASO
 AXISSIMÉTRICO, A ESPESSURA DEVE SER 0
 RCONST,1,1,1,2,0,0,
 C* CRIA UM ENGASTAMENTO
 DCR,1,AL,0,1,1,
 C* CONTROLES DE PROCESSAMENTO
 TIMES,0,1000,1,
 CURDEF,TIME,1,1,0,0,1,1,
 NL_PLOT,1,1000,1,0,
 A_NONLINEAR,S,1,1,20,0.001,0,N,0,0,1E+10,0.001,0.01,0,1,0,0,
 C* DEFINE O INCREMENTO DO DESLOCAMENTO (1/1000 DO TOTAL)
 DND,97,UY,0.01798,102,1,
 C* GERA SAÍDAS DE DEFORMAÇÃO
 STRAIN_OUT,1,1,0,0,1,1,
 C* ANÁLISE NÃO LINEAR
 C* R_NONLINEAR,

5.4 Modelo do Corpo de Prova

A figura 19 abaixo mostra o modelo axissimétrico do corpo de prova com a malha de 80 elementos. O eixo y é o de simetria.



Figura 19 - Modelo Axissimétrico do Corpo de Prova

5.5 Análise e Resultados

As forças resultantes foram calculadas, como descrito nos itens anteriores, e os resultados estão na tabela 7 abaixo e no gráfico da figura 20.

Pode-se verificar que a simulação obteve uma boa correlação com os resultados da literatura. Apenas no início da parte plástica houve erros superiores a 10%. Um dos motivos pode ter sido a superestimação do valor do limite de escoamento do material. Entretanto, os próprios resultados experimentais podem conter desvios maiores no início do ensaio, já que o ensaio foi conduzido com foco na parte plástica.

Tabela 7 - Força Resultante na Simulação

Simulação		
Iteração aproximada (STEP)	Carga de $1 / 2\pi$ (kgf)	Carga F (kgf)
21	756,2	4751
44	771,8	4849
87	798,8	5019
131	828,2	5204
174	874,6	5495
217	919,6	5778
261	956,4	6009
305	990,2	6222
348	1016	6384
392	1036	6509
435	1053	6616
620	1110	6974
1000	1164	7314

Força x Deslocamento

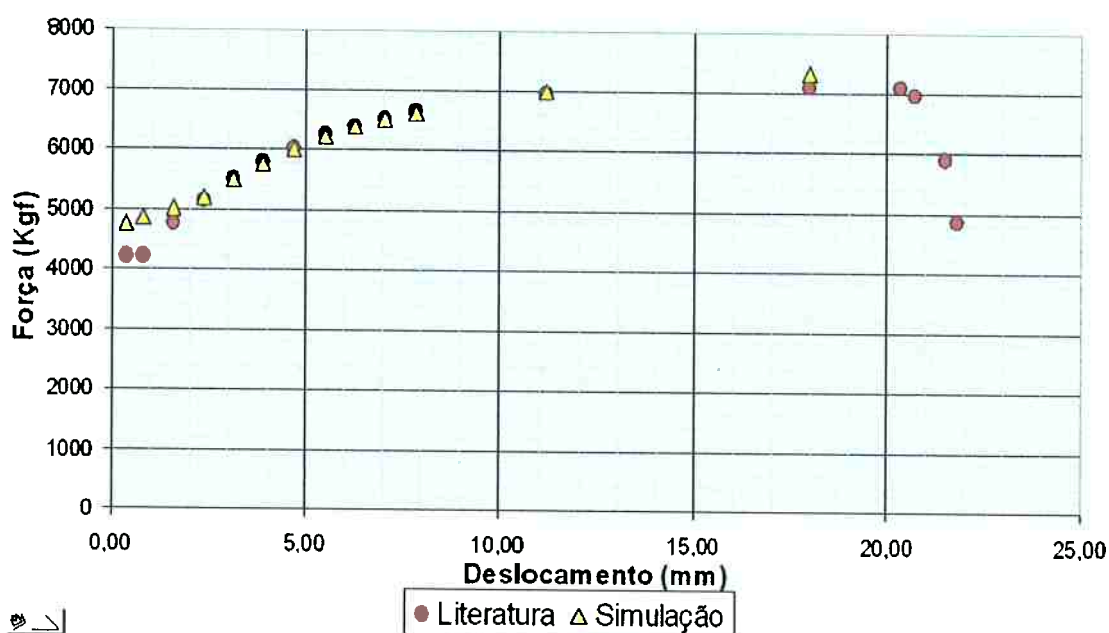


Figura 20 - Comparação: Simulação x Literatura

A seguir, algumas saídas típicas do software COSMOSMTM na forma gráfica. Todas ilustram o STEP (instante) 1000, quando o deslocamento foi o máximo estudado.

5.5.1 Deslocamento na dir. y (u_y)

A figura 21 abaixo mostra o corpo de prova deformado para o deslocamento de 17,98 mm (máximo analisado).

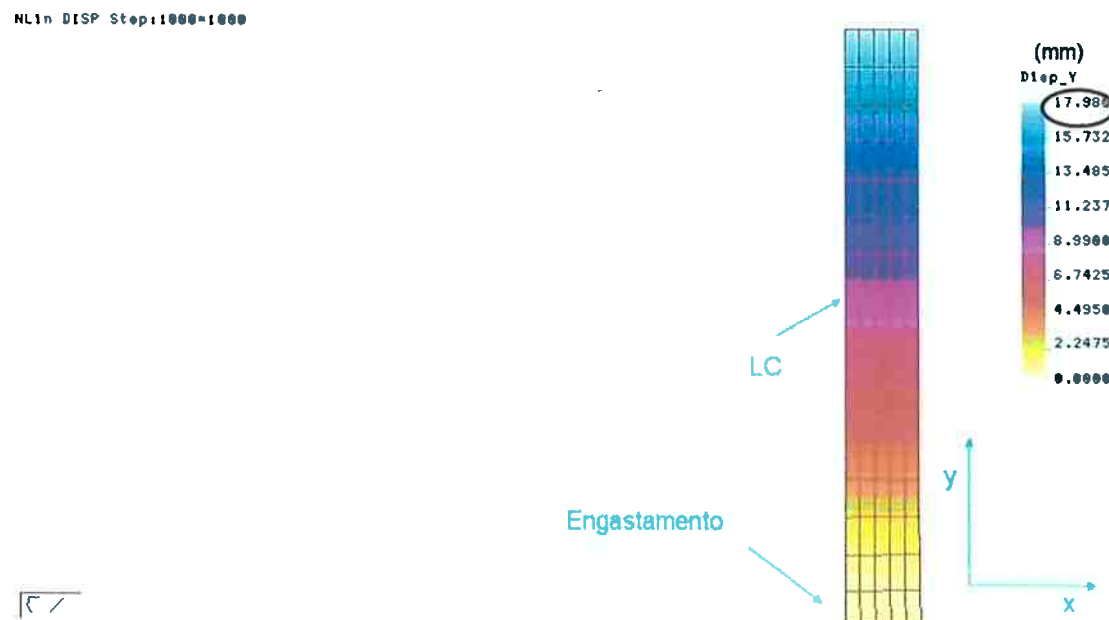


Figura 21 - Deslocamento na dir. y – CP Deformado

5.5.2 Distribuição de Tensões Normais na dir. y (σ_y)

Da mesma forma que no Exemplo 1 estudado, pode-se notar a não uniformidade na distribuição das tensões ao longo do corpo de prova. Observa-se também que os maiores valores de σ_y ocorrem na seção do estreitamento do CP.

O gráfico da figura mostra a distribuição de σ_y nos nós da seção engastada (inferior) do corpo de prova.

Pode-se estimar a Força Resultante na dir. y multiplicando o valor da Tensão Média em y (cerca de 44 kgf/mm²) pela área da seção (161,28 mm²). O resultado de 7096 kgf, que é a Força Resultante na dir. y (FR_y) para o deslocamento total de 17,98 mm, fica muito próximo do resultado experimental do ensaio, que foi de 7100 kgf.

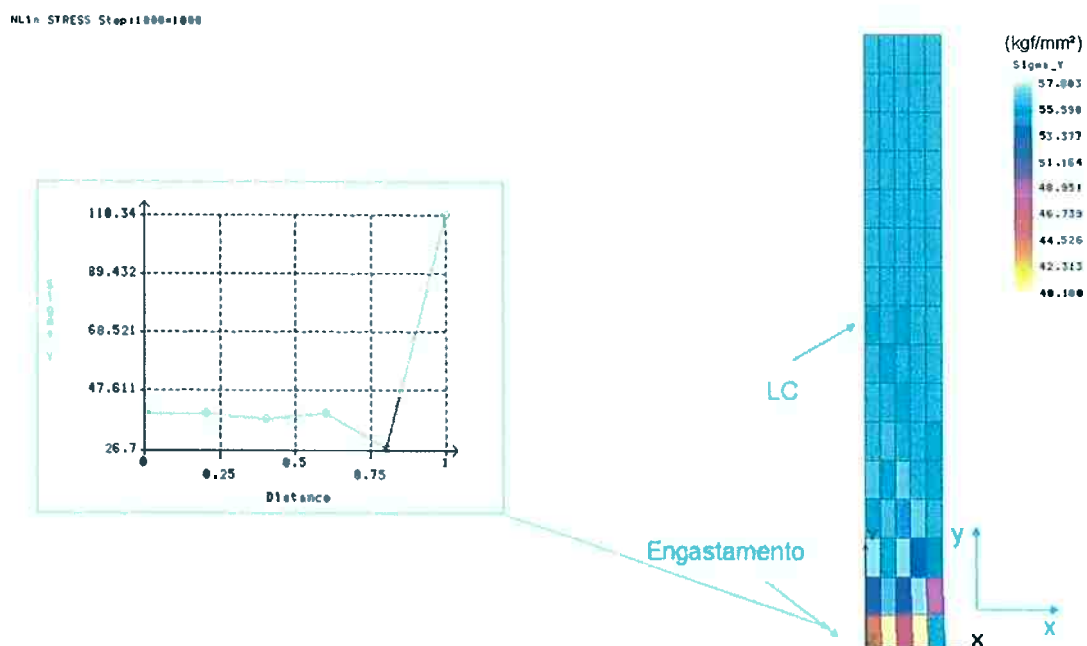


Figura 22 - Tensões Normais na dir. y - CP deformado

5.5.3 Distribuição de Tensões Normais na dir. x (σ_x)

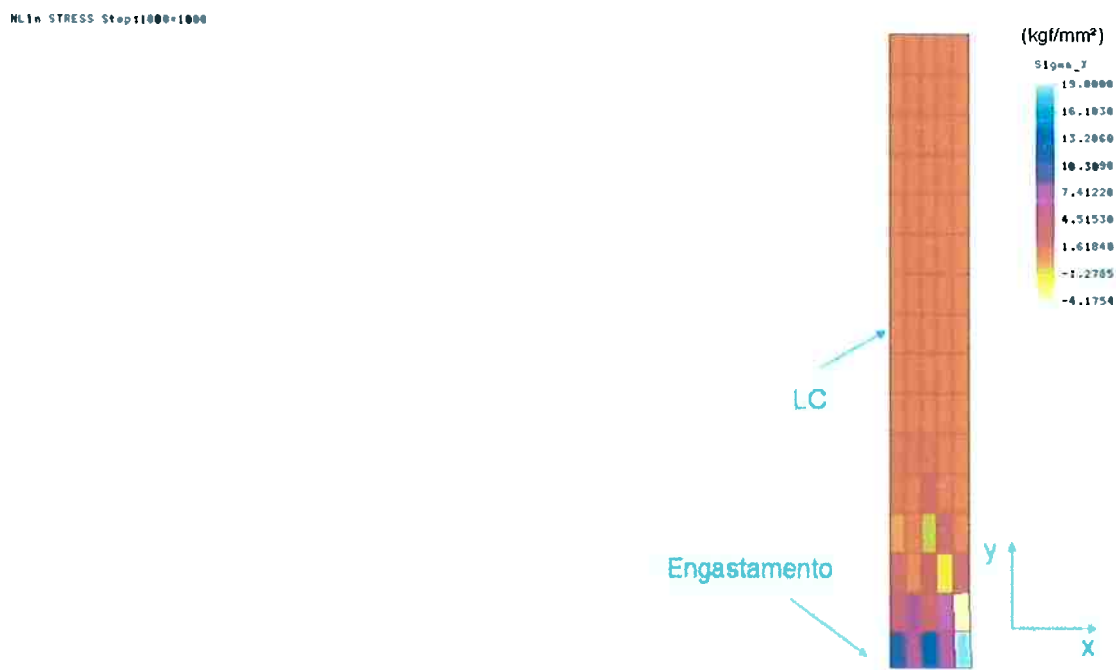


Figura 23 - Tensões Normais na dir. x - CP deformado

5.5.4 Força Resultante na dir. y (FR_y)

Para exemplificar o procedimento de obtenção da Força Resultante na dir. y (FR_y) descrito no item 4.4.4, efetuou-se a somatória do valor de F_y para os nós da seção superior do CP para o STEP 1000 (desloc. y = 17,98). O valor obtido, de 1164 kgf (ver figura 24), multiplicado pelo fator 2π , resulta em $FR_y = 7314$ kgf. (ver gráfico da figura 20 e tabela 7 anteriores).

DISLIST,1000,4,97,102,1,0				
Node	RFX	RFY	Step 1000 RFZ	RFRES
97	0.000e+000	1.553e+001	0.000e+000	1.553e+001
98	0.000e+000	9.311e+001	0.000e+000	9.311e+001
99	0.000e+000	1.863e+002	0.000e+000	1.863e+002
100	0.000e+000	2.794e+002	0.000e+000	2.794e+002
101	0.000e+000	3.726e+002	0.000e+000	3.726e+002
102	0.000e+000	2.174e+002	0.000e+000	2.174e+002
Sum :	0.000e+000	1.164e+003	0.000e+000	1.164e+003

Figura 24 - Listagem das Forças na dir. y nos nós da seção superior do CP

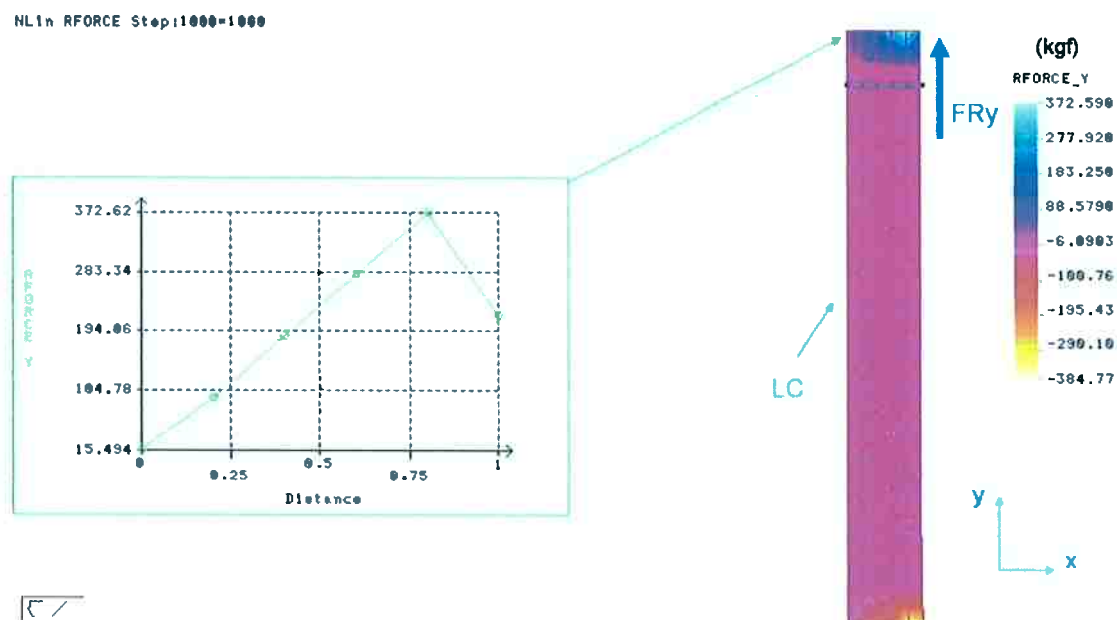


Figura 25 - Força Resultante na dir. y – CP deformado

6 EXEMPLO 3 ²¹

Este exemplo foi baseado nas informações fornecidas no item “5.5.1 *Uniaxial tensile test*”, da referência: “Numerical Analysis of Forming Processes”. Pittman, J.F.T., Zienkiewicz, O.C., Wood, R.D., Alexander, J.M., pp.126-129.

Na referência, o interesse foi calcular a curva Tensão x Deformação de Engenharia de um ensaio de tração em um aço efervescente, usando o Método dos Elementos Finitos, e compará-la com a solução prévia descrita por Ghosh²², verificando a influência do coeficiente de sensibilidade à taxa de deformação (m).

Para este trabalho, considerou-se apenas o caso de $m = 0$, com a finalidade de comparar os resultados para a curva Tensão x Deformação de Engenharia. Em seguida, realizou-se uma análise qualitativa das deformações ao longo do corpo de prova, concluindo com uma estimativa do afinamento do corpo de prova. Esta análise serve como ponto de partida para estudos sobre estampabilidade de chapas.

Efetuuou-se um modelo bidimensional do corpo de prova, implementado com a curva MPC do material e malha refinada.

Esse modelo foi também utilizado para uma análise qualitativa da mudança na distribuição das tensões na presença de inclusão, de porosidade (vazio), e de entalhe.

6.1 Determinação da Região de Validade do Modelo

Na referência, o modelo é implementado até o ponto de rompimento, ou o fim do ensaio, e, posteriormente, verifica-se a área de convergência dos resultados. Entretanto, como foi definido nos exemplos anteriores, o escopo deste trabalho trata da simulação até a região de formação do pescoço (estricção). Assim, o primeiro passo para a confecção do modelo foi encontrar a carga máxima, ou mais especificamente, a deformação de engenharia associada a carga máxima do ensaio.

Os seguintes parâmetros foram fornecidos pela referência para o aço efervescente em questão:

- a. Equação da Curva de Escoamento: $\sigma = K(\bar{\epsilon} + a)^n (\dot{\bar{\epsilon}} / \gamma)^m$, que foi aproximada para $\sigma = K(\bar{\epsilon})^n$, já que $a = 0,0001$, e $m = 0$;

- b. Coeficiente de encruamento, $n = 0,2$;
- c. Coeficiente de resistência (tensão para $\varepsilon = 1,0$), $K = 510,16 \text{ MPa} = 52,036 \text{ kgf/mm}^2$;
- d. Anisotropia, $r = 1,0$.

No ponto de carga máxima tem-se que $\varepsilon = n$.²³ Assim, tem-se que $\varepsilon = 0,2$, e, conseqüentemente, a deformação nominal, $e = 0,22$.

Portanto, a simulação pretende ser válida para pontos na curva de escoamento até a deformação nominal de 22%.

6.2 Curva MPC

A própria equação da curva de escoamento (acima) define a curva MPC a ser implementada, mostrada no gráfico da figura 26 a seguir.

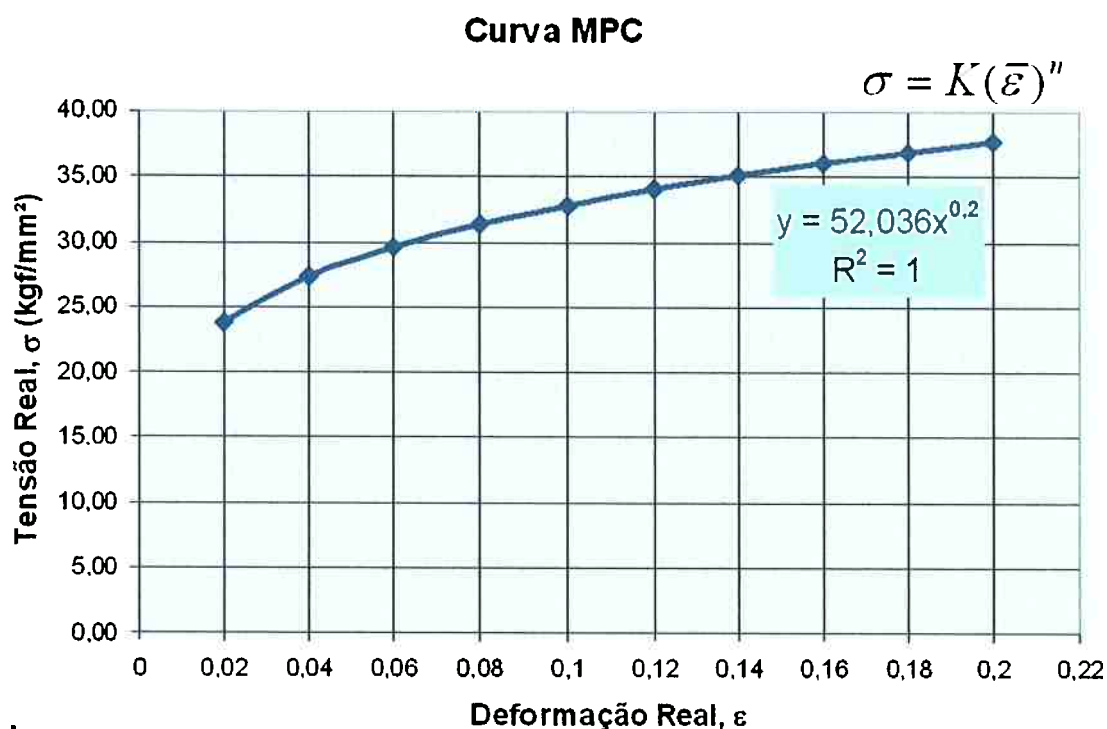


Figura 26 - Curva MPC

6.3 Linhas de Comando – Código do Programa

```

C*
C* pittman_dzf_2_large.ses
C* MUDA A VISÃO
VIEW,0,0,1,0,
C* GEOMETRIA DA PEÇA
PT,1,0,0,0,
PT,2,0,6.35,0,
PT,3,27.94,6.35,0,
PT,4,50.8,9.86,0,
PT,5,50.8,0,0,
PT,6,27.94,82.55,0,
PT,7,27.94,0,0,
CRARC,1,3,4,6,76.2,
CRLINE,2,1,2,
CRLINE,3,2,3,
CRLINE,4,4,5,
CRLINE,5,5,7,
CRLINE,6,7,1,
CRLINE,7,7,3,
C* SUPERFÍCIE 1 DA PEÇA
SF4CR,1,2,3,7,6,0,
C* SUPERFÍCIE 2 DA PEÇA
SF4CR,2,1,4,5,7,0,
C* CRIA A MALHA NAS SUPERFÍCIES
M_SF,1,1,1,4,6,32,1,1,
M_SF,2,2,1,4,20,6,1,1,
C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO ELEMENTO
EGROUP,1,PLANE2D,0,2,0,0,1,1,0,0,
C* DEFINE AS PROPRIEDADES DO MATERIAL, COEF. DE POISSON
ADOTADO COMO 0,33

```

MPROP,1,NUXY,0.33,
 C* FAZ A SIMETRIA DO ELEMENTO EM X
 ELSYM,1,312,1,X,1,0,
 C* FAZ A SIMETRIA DO ELEMENTO EM Y
 ELSYM,1,624,1,Y,1,0,
 C* DEFINE CONSTANTES DEPENDENDO DA GEOMETRIA, NO CASO
 A ESPESSURA DE 0,8 mm
 RCONST,1,1,1,2,0.8,0,
 C* CONTROLES DE PROCESSAMENTO
 TIMES,0,10,1,
 CURDEF,TIME,1,1,0,0,1,1,
 NL_PLOT,1,10,1,0,
 C* ENTRADA DA CURVA MPC (TENSÃO x DEFORMAÇÃO)
 MPCTYP,1,1,
 MPC,1,0,1,0.02,23.80,0.04,27.33,0.06,29.64,0.08,31.40,0.1,32.83,0.12,34.05,0.
 14,35.12,0.16,36.07,0.18,36.93,0.2,37.71,
 C* UNE NÓS COINCIDENTES
 NMERGE,1,2576,1,0.01,0,0,0,
 C* RENUMERA A SEQUÊNCIA DE NÓS SEM PULAR NENHUM
 NCOMPRESS,1,2576,
 A_NONLINEAR,S,1,1,20,0.001,0,N,0,0,1E+10,0.001,0.1,0,1,0,0,
 C* GERA SAÍDAS DE DEFORMAÇÃO
 STRAIN_OUT,1,1,0,0,1,1,
 C* RESTRINGE O MOVIMENTO DA LINHA DE CENTRO NA DIR. Y
 DND,7,UY,0,231,7,
 DND,378,UY,0,595,7,
 DND,352,UY,0,371,1,
 DND,716,UY,0,735,1,
 C* DEFINE O INCREMENTO DO DESLOCAMENTO NA DIR. X (1/10) E
 RESTRINGE O MOVIMENTO NA DIR. Y NAS EXTREMIDADES
 DND,232,UY,0,352,20,
 DND,232,UX,1.125,352,20,

```

DND,975,UY,0,1035,20,
DND,975,UX,1.125,1035,20,
DND,934,UY,0,937,3,
DND,934,UX,1.125,937,3,
DND,596,UY,0,599,3,
DND,596,UX,-1.125,599,3,
DND,637,UY,0,717,20,
DND,637,UX,-1.125,717,20,
DND,1286,UY,0,1346,20,
DND,1286,UX,-1.125,1346,20,
DND,1247,UY,0,1248,1,
DND,1247,UX,-1.125,1248,1,
C* ANÁLISE NÃO LINEAR
C* R_NONLINEAR,

```

6.4 Modelo do Corpo de Prova

A figura 27 abaixo mostra o modelo do corpo de prova bilinear e suas dimensões. A espessura (t_0) é de 0,8 mm.

Os deslocamentos são aplicados nas duas extremidades, na dir. x. Estas, além da linha de centro, sofreram restrição de movimento na dir. y.

O modelo é constituído de 1248 elementos.

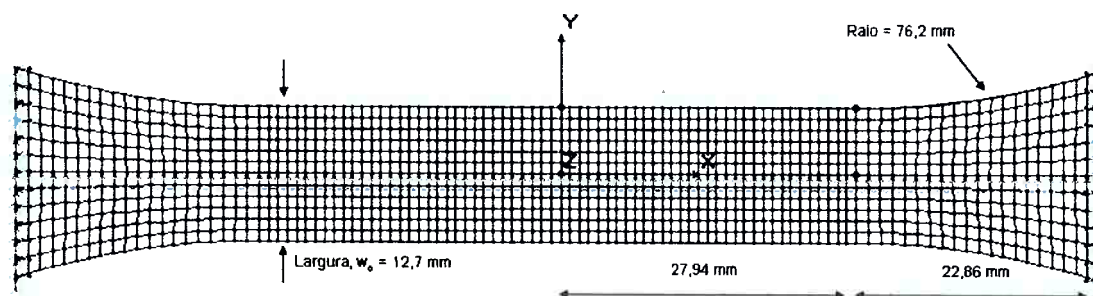


Figura 27 - Modelo do Corpo de Prova

6.5 Análise e Resultados

6.5.1 Curva Tensão x Deformação de Engenharia

Como nos exemplos anteriores, através da soma do valor da força na dir. x nos nós de uma das extremidades, determinou-se a Força Resultante na dir. x (FR_x). (Neste caso não se multiplica por 2π , pois não é axissimétrico.)

Em seguida, converteu-se os resultados de Força x Deslocamento para Tensão Nominal x Deformação de Engenharia (equações no item 4.4.2), cujo gráfico encontra-se na figura 28 abaixo. Verifica-se que os valores obtidos da simulação apresentam uma boa correlação com os valores da literatura. Os erros não ultrapassam 5%.

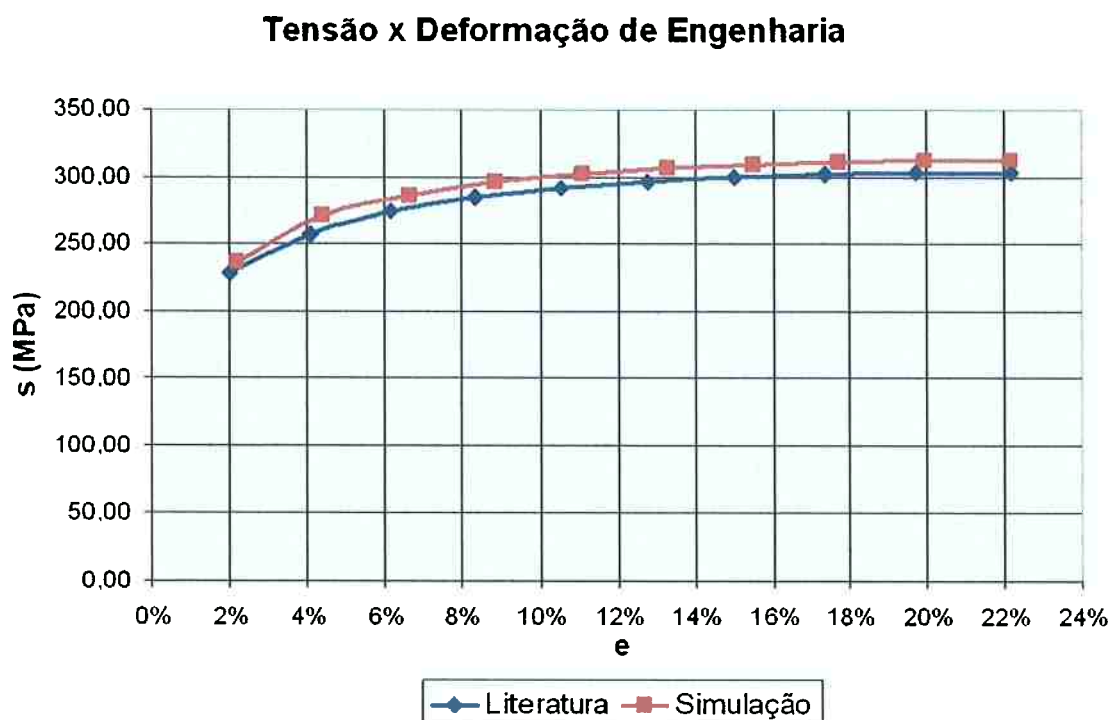
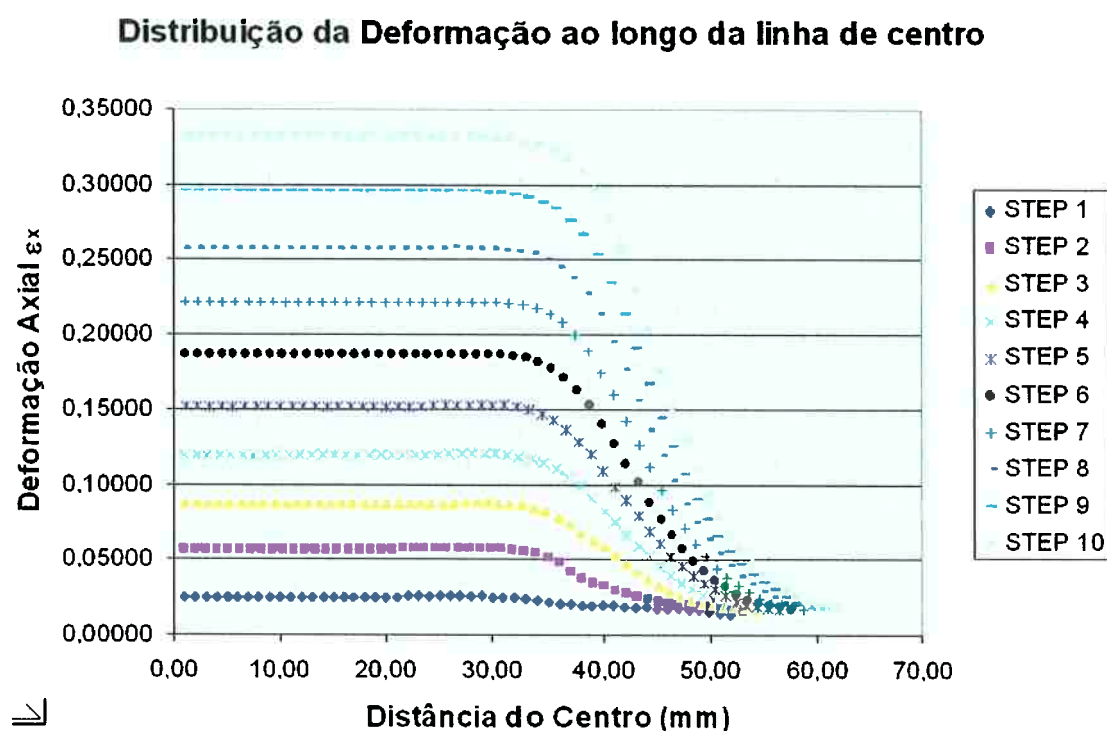


Figura 28 - Comparação: Literatura x Simulação

6.5.2 Deformações ao longo do corpo de prova

As figuras 29, 30 e 31, a seguir ilustram o comportamento da distribuição das deformações ϵ_x , ϵ_y e ϵ_z ao longo da linha de centro. Foi considerado somente um lado do modelo devido a simetria.

Os valores de ϵ_x e ϵ_y foram obtidos da simulação, solicitando as deformações nos elementos da linha de centro através do comando <STRNLIST>. Os valores de ϵ_z foram calculados pela equação $\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = 0$.



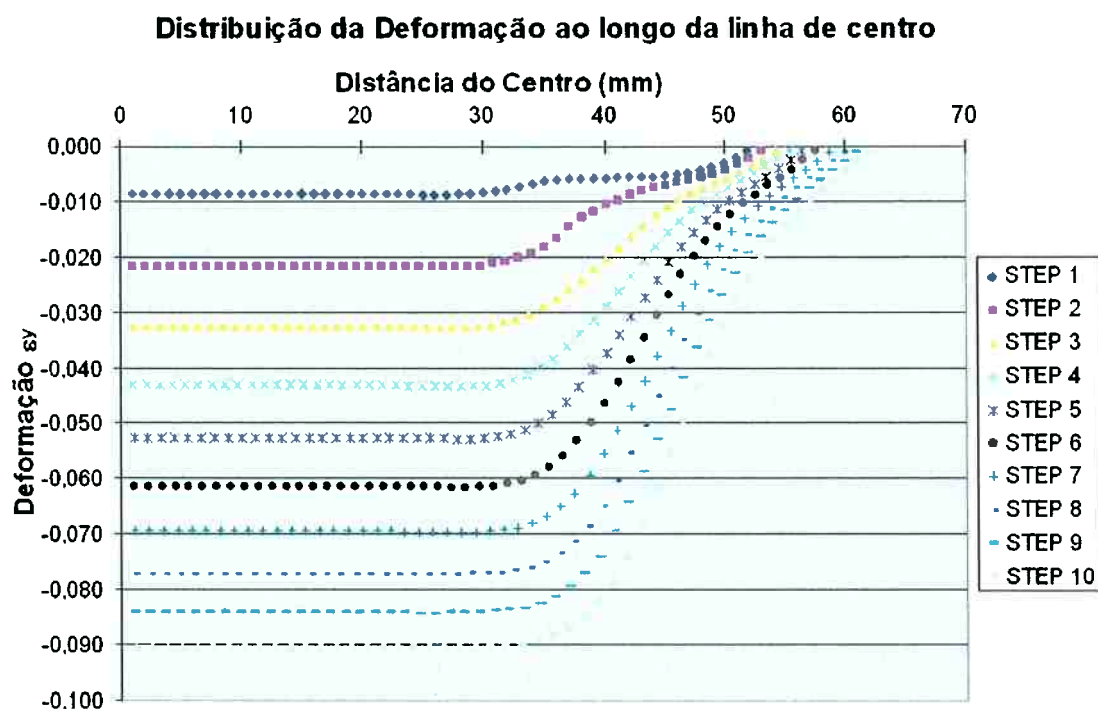


Figura 30 - Deformação ϵ_y ao longo da linha de centro

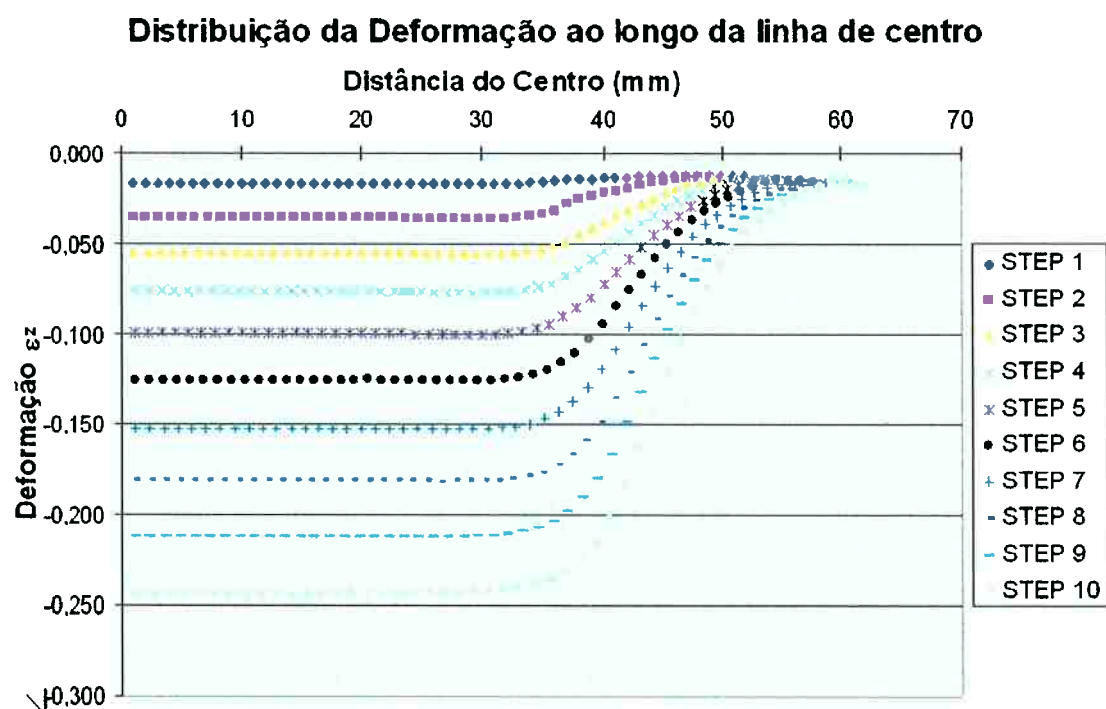


Figura 31 - Deformação ϵ_z ao longo da linha de centro

O gráfico a seguir (figura 32) mostra a distribuição de ϵ_x , ϵ_y e ϵ_z ao longo da linha de centro para o STEP 10.

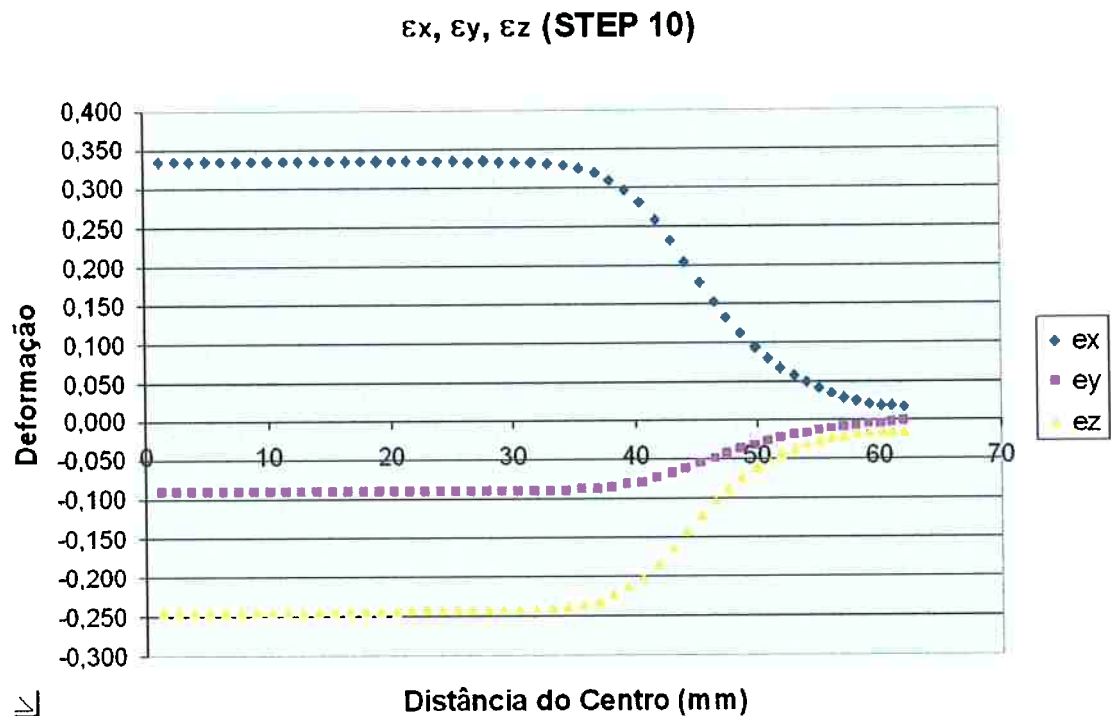


Figura 32 - ϵ_x, ϵ_y e ϵ_z

6.5.3 Afinamento

Foi estimado o valor do afinamento da chapa considerando a redução de largura dada pela simulação e o valor da anisotropia fornecido pelo problema, através da relação²⁴:

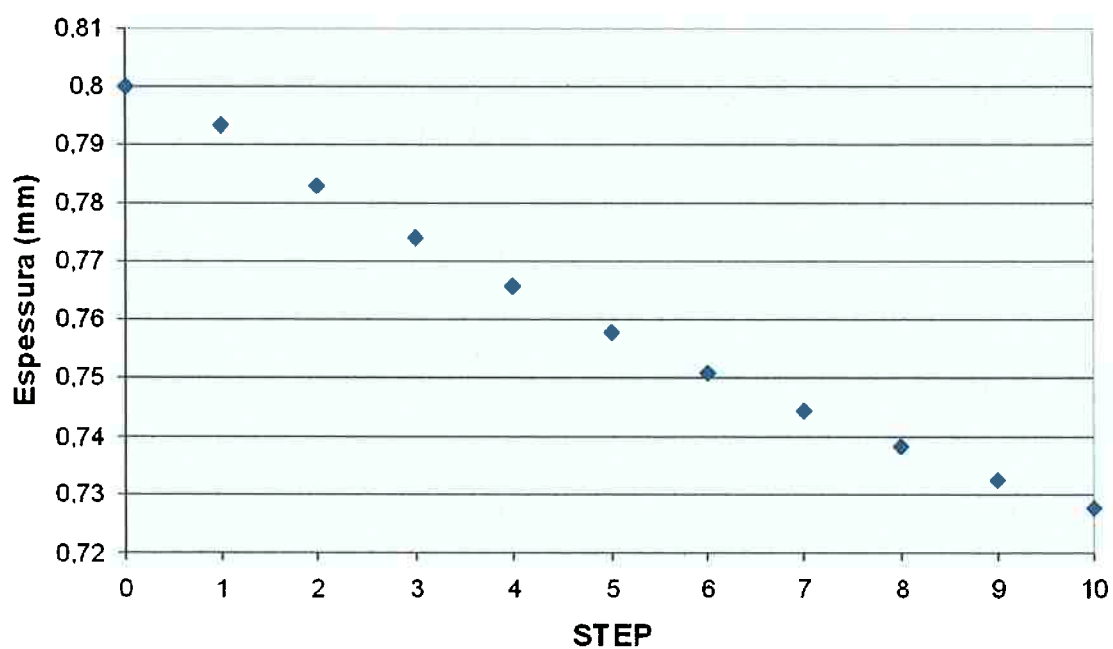
$$r = \frac{\ln(w_o / w)}{\ln(t_o / t)},$$

onde w_o é a largura inicial, w , a largura final, t_o , a espessura inicial, e t , a espessura final.

A tabela 8 e o gráfico (figura 33) abaixo mostram o valor do afinamento para todos os passos (STEP 1, 2, ..., 10) da simulação, até o deslocamento total de 11,25 mm (11,25 mm para cada lado, totalizando 22,50 mm).

Tabela 8 - Afinamento na Região central do CP

STEP	Redução de Largura na Região Central do CP	Largura na Região Central do CP no instante i	Afinamento na Região Central do CP
i	Desloc. y (mm)	w (mm)	t (mm)
0	0	12,7	0,8
1	0,054	12,592	0,793
2	0,136	12,428	0,783
3	0,206	12,287	0,774
4	0,272	12,156	0,766
5	0,334	12,033	0,758
6	0,390	11,921	0,751
7	0,441	11,817	0,744
8	0,489	11,721	0,738
9	0,534	11,632	0,733
10	0,574	11,552	0,728

Afinamento na Região Central do CP**Figura 33 - Afinamento na Região Central do CP**

6.5.4 Saídas Gráficas do Programa

Todas as saídas ilustram o STEP 10, para o deslocamento máximo estudado (11,25 mm).

a) Deslocamento na dir. x (u_x)



Figura 34 - Deslocamento na dir. x (u_x) - CP deformado

b) Distribuição de Tensões Normais na dir. x (σ_x)

O gráfico da figura 35 mostra σ_x na linha de centro.

NLin STRESS Step:10 =10

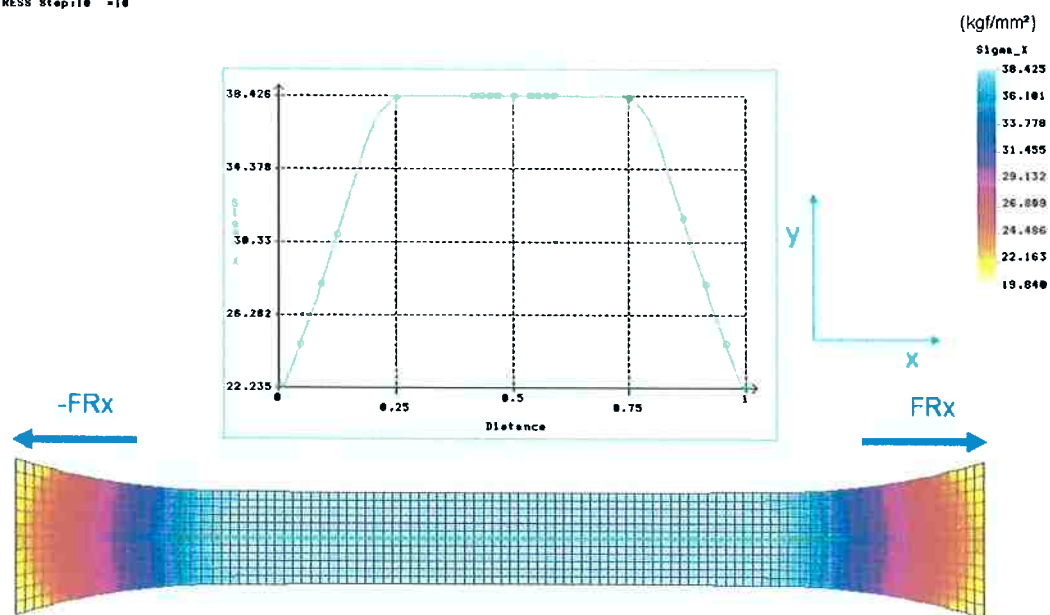


Figura 35 - Distribuição de Tensões Normais na dir. x (σ_x) - CP deformado

c) Força Resultante na dir. x (FR_x)

NLin RFORCE Step:10 =10

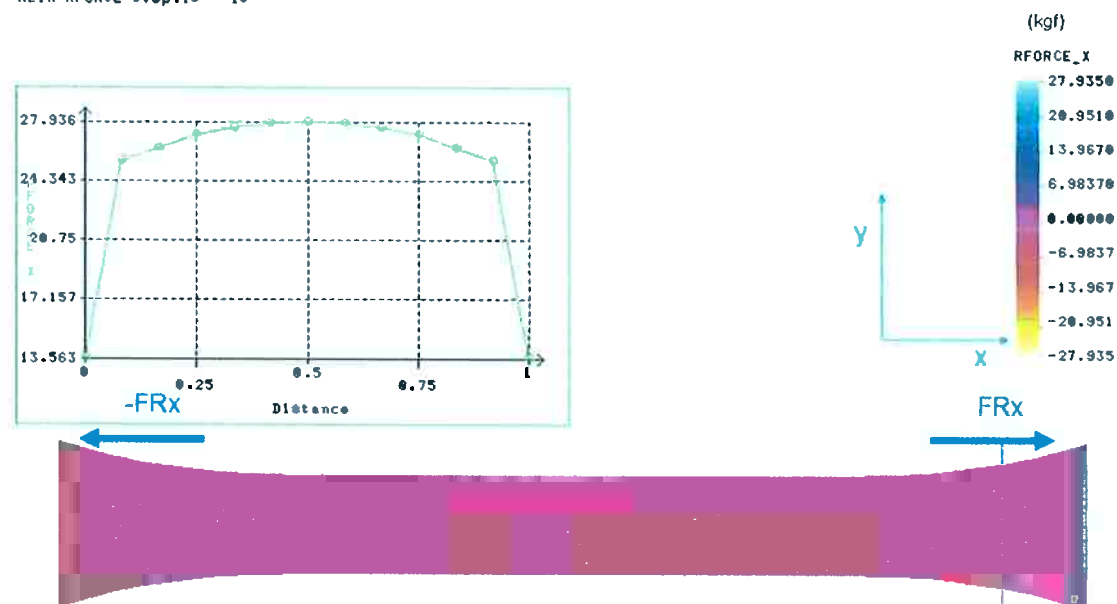


Figura 36- Força Resultante na dir. x (FR_x) - CP deformado

6.6 Análise de Tensões devido a Presença de Inclusões, Vazios (Porosidades) e Entalhe

A presença de descontinuidades no material tem influência na distribuição das tensões e deformações ao longo da peça. A seguir, seguem alguns modelos deste exemplo.

6.6.1 Inclusão

a) Código do programa

C*

C* pittman_dzf_2_large_inclusion_1.ses

VIEW,0,0,1,0,

PT,1,0,0,0,

PT,2,0,6.35,0,

PT,3,27.94,6.35,0,

PT,4,50.8,9.86,0,

PT,5,50.8,0,0,

PT,6,27.94,82.55,0,

PT,7,27.94,0,0,

CRARC,1,3,4,6,76.2,

CRLINE,2,1,2,

CRLINE,3,2,3,

CRLINE,4,4,5,

CRLINE,5,5,7,

CRLINE,6,7,1,

CRLINE,7,7,3,

SF4CR,1,2,3,7,6,0,

SF4CR,2,1,4,5,7,0,

M_SF,1,1,1,4,6,32,1,1,

M_SF,2,2,1,4,20,6,1,1,
 EGROUP,1,PLANE2D,0,2,0,0,1,1,0,0,
 MPROP,1,NUXY,0.33,
 ELSYM,1,312,1,X,1,0,
 ELSYM,1,624,1,Y,1,0,
 RCONST,1,1,1,2,0.8,0,
 TIMES,0,10,1,
 CURDEF,TIME,1,1,0,0,1,1,
 NL_PLOT,1,10,1,0,
 MPCTYP,1,1,
 MPC,1,0,1,0.02,23.80,0.04,27.33,0.06,29.64,0.08,31.40,0.1,32.83,0.12,34.05,0.
 14,35.12,0.16,36.07,0.18,36.93,0.2,37.71,
 NMERGE,1,2576,1,0.01,0,0,0,
 NCOMPRESS,1,2576,
 A_NONLINEAR,S,1,1,20,0.001,0,N,0,0,1E+10,0.001,0.1,0,1,0,0,
 STRAIN_OUT,1,1,0,0,1,1,
 DND,7,UY,0,231,7,
 DND,378,UY,0,595,7,
 DND,352,UY,0,371,1,
 DND,716,UY,0,735,1,
 DND,232,UY,0,352,20,
 DND,232,UX,1.125,352,20,
 DND,975,UY,0,1035,20,
 DND,975,UX,1.125,1035,20,
 DND,934,UY,0,937,3,
 DND,934,UX,1.125,937,3,
 DND,596,UY,0,599,3,
 DND,596,UX,-1.125,599,3,
 DND,637,UY,0,717,20,
 DND,637,UX,-1.125,717,20,
 DND,1286,UY,0,1346,20,
 DND,1286,UX,-1.125,1346,20,

DND,1247,UY,0,1248,1,

DND,1247,UX,-1.125,1248,1,

C* MUDA AS CARACTERÍSTICAS DO ELEMENTO

EPROPCHANGE,957,957,1,MP,2,14,

C* MUDA AS PROPRIEDADES DE UM ELEMENTO

MPROP,2,EX,3000,SIGYLD,10,NUXY,0.5,

C* R_NONLINEAR,

b) Modelo do Corpo de Prova

A figura 37 abaixo mostra o modelo do CP com a inclusão.

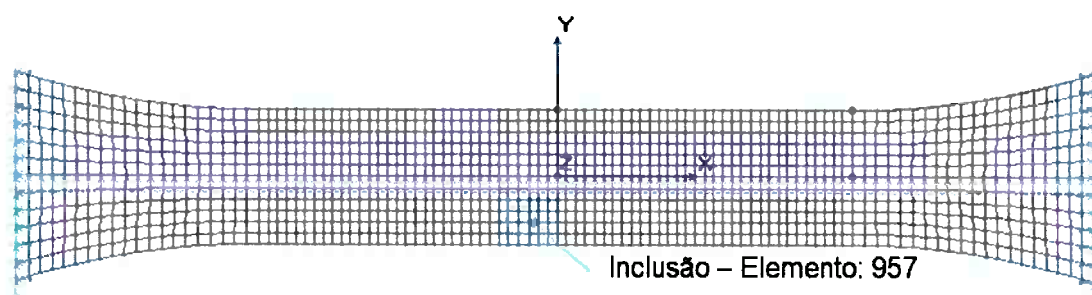


Figura 37 - Modelo do CP com inclusão

c) Distribuição de Tensões

As figuras 38 e 39 a seguir mostram a Distribuição de Tensão de Von Mises e Normal ao longo do CP.

Pode-se observar o aumento na concentração de tensões na região ao redor da inclusão.

O gráfico da figura 38 representa a tensão ao longo da linha de centro.

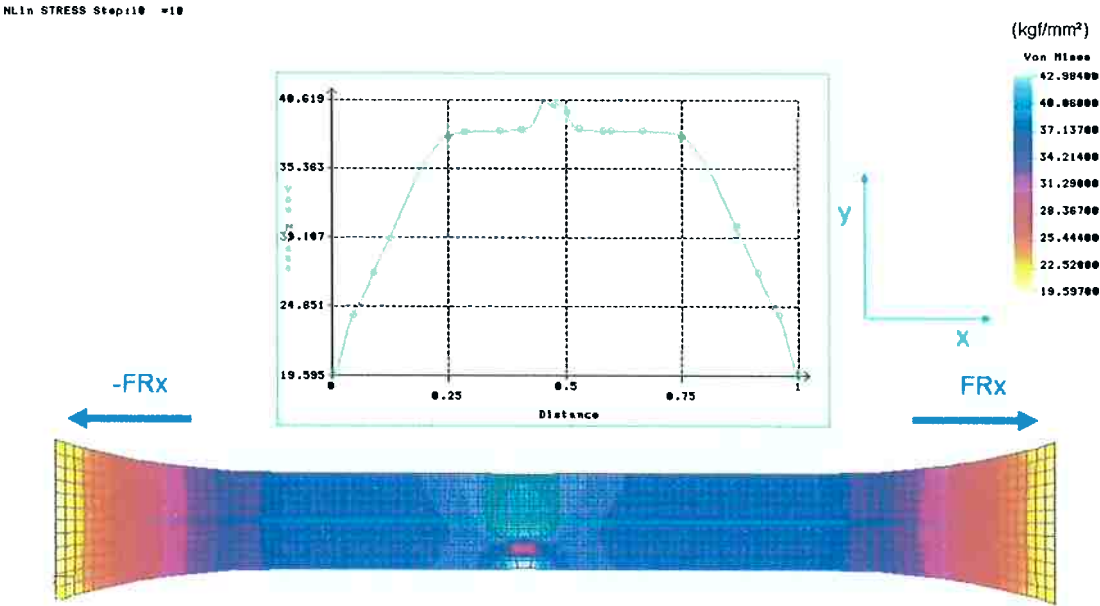


Figura 38 - Distribuição da Tensão de Von Mises

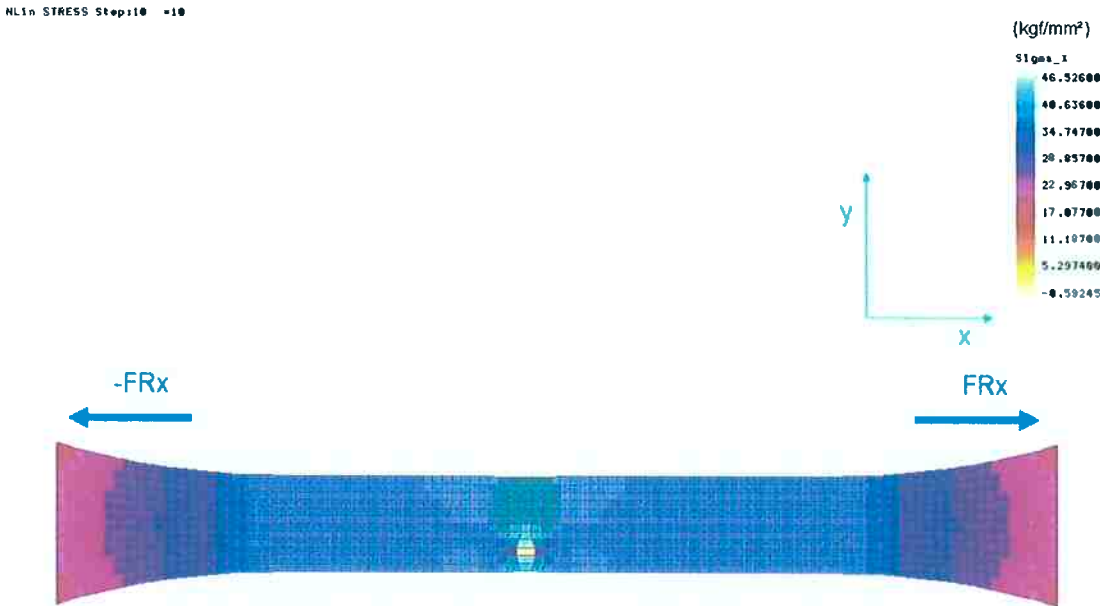


Figura 39 - Distribuição da Tensão Normal na dir. x (σ_x)

6.6.2 Porosidade (Vazio)

Foi implementado o mesmo modelo que para a inclusão, porém, ao invés de mudar as características de um elemento, apagou-se esse elemento, no caso, o de número 957.

a) Código do Programa

C*

C* pittman_dzf_2_large_porosidade_1.ses

VIEW,0,0,1,0,

PT,1,0,0,0,

PT,2,0,6.35,0,

PT,3,27.94,6.35,0,

PT,4,50.8,9.86,0,

PT,5,50.8,0,0,

PT,6,27.94,82.55,0,

PT,7,27.94,0,0,

CRARC,1,3,4,6,76.2,

CRLINE,2,1,2,

CRLINE,3,2,3,

CRLINE,4,4,5,

CRLINE,5,5,7,

CRLINE,6,7,1,

CRLINE,7,7,3,

SF4CR,1,2,3,7,6,0,

SF4CR,2,1,4,5,7,0,

M_SF,1,1,1,4,6,32,1,1,

M_SF,2,2,1,4,20,6,1,1,

EGROUP,1,PLANE2D,0,2,0,0,1,1,0,0,

MPROP,1,NUXY,0.33,

ELSYM,1,312,1,X,1,0,

ELSYM,1,624,1,Y,1,0,

RCONST,1,1,1,2,0.8,0,

TIMES,0,100,1,
 CURDEF,TIME,1,1,0,0,1,1,
 NL_PLOT,1,100,1,0,
 MPCTYP,1,1,
 MPC,1,0,1,0.02,23.80,0.04,27.33,0.06,29.64,0.08,31.40,0.1,32.83,0.12,34.05,0.
 14,35.12,0.16,36.07,0.18,36.93,0.2,37.71,
 NMERGE,1,2576,1,0.01,0,0,0,
 NCOMPRESS,1,2576,
 A_NONLINEAR,S,1,1,20,0.001,0,N,0,0,1E+10,0.001,0.1,0,1,0,0,
 STRAIN_OUT,1,1,0,0,1,1,
 DND,7,UY,0,231,7,
 DND,378,UY,0,595,7,
 DND,352,UY,0,371,1,
 DND,716,UY,0,735,1,
 DND,232,UY,0,352,20,
 DND,232,UX,0.1125,352,20,
 DND,975,UY,0,1035,20,
 DND,975,UX,0.1125,1035,20,
 DND,934,UY,0,937,3,
 DND,934,UX,0.1125,937,3,
 DND,596,UY,0,599,3,
 DND,596,UX,-0.1125,599,3,
 DND,637,UY,0,717,20,
 DND,637,UX,-0.1125,717,20,
 DND,1286,UY,0,1346,20,
 DND,1286,UX,-0.1125,1346,20,
 DND,1247,UY,0,1248,1,
 DND,1247,UX,-0.1125,1248,1,
 C* APAGA ELEMENTOS, NO CASO, O ELEMENTO 957
 EDELETE,957,957,1,
 C* R_NONLINEAR,

6.6.3 Entalhe

a) Código do Programa

Foi utilizado o mesmo código para a porosidade, porém, foi apagado o elemento 1, na superfície da Região Central do CP, ao invés do 957, utilizando o comando <EDELETE,1,1,1,>.

b) Distribuição de Tensões

Da mesma maneira que nos itens anteriores, as figuras 42 e 43 abaixo mostram a distribuição de Tensão de Von Mises e Normal na dir. x do CP.

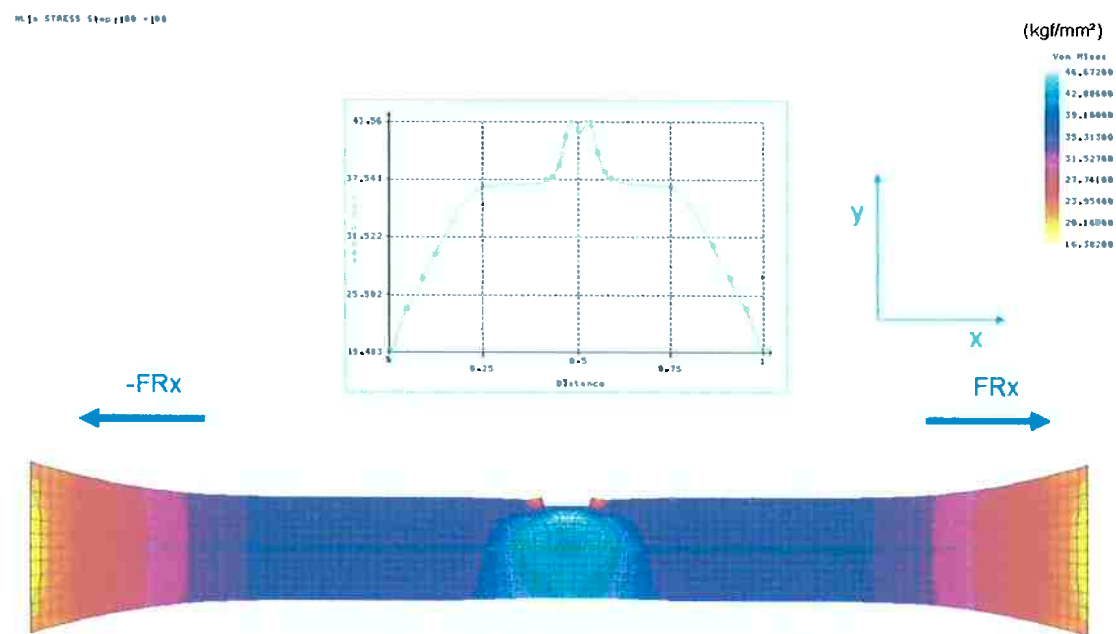


Figura 42 - Distribuição da Tensão de Von Mises ao longo do CP

NLIN STRESS Step:100 =100

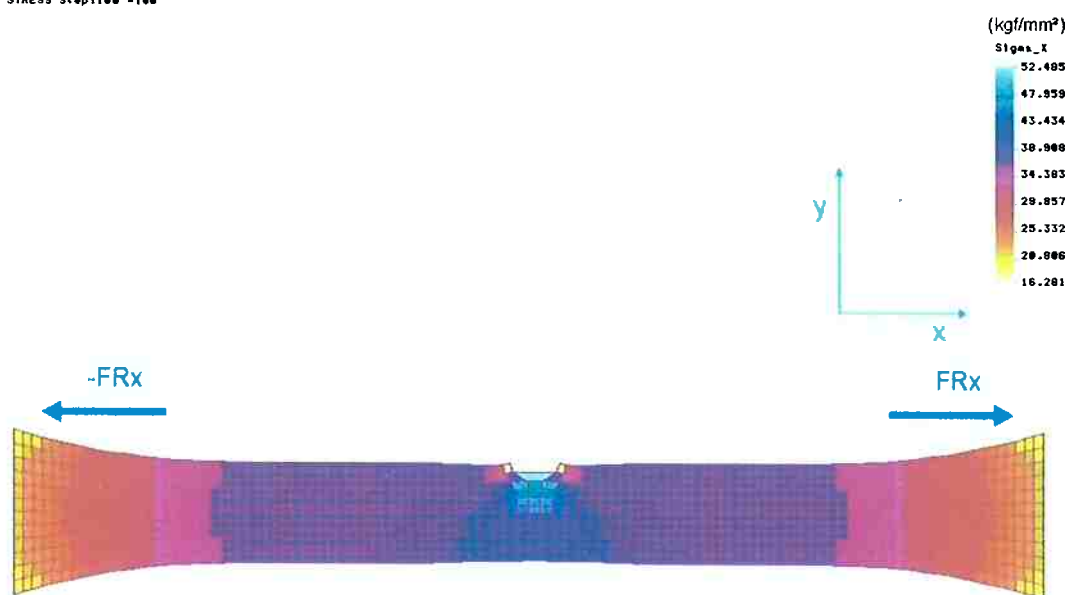


Figura 43 - Distribuição da Tensão Normal na dir. x (σ_x)

7 CONCLUSÕES

Foram implementados três exemplos de literatura com aplicações de Elementos Finitos e houve validação dos resultados.

O Método dos Elementos Finitos é uma ferramenta analítica que possibilita visualizar o efeito das solicitações e carregamentos nos materiais, bem como de suas imperfeições, como inclusões e porosidades, na distribuição de tensões e deformações em diferentes pontos ao longo do corpo de prova.

Possibilita visualizar também o efeito de parâmetros, como o coeficiente de encruamento (n), e analisar o afinamento progressivo de uma chapa ensaiada (Corpo de Prova), ponto de partida para análise de estampabilidade de chapas.

Comentários:

O FEM é ainda pouco utilizado durante a Graduação.

O software COSMOSMTM permite que modelos simples sejam facilmente implementados, com resultados satisfatórios, principalmente qualitativos. Além disso, a visualização dos resultados, na forma gráfica, colorida e com animações, facilita o entendimento dos conceitos.

Em disciplinas como Mecânica dos Materiais, Resistência dos Materiais, Conformação Mecânica dos Materiais e Modelamento Matemático, por exemplo, acredita-se que alguns conceitos poderiam ser ensinados com a ajuda dos Elementos Finitos.

8 ANEXO

Solução do Exemplo 1

Enunciado: Uma barra de aço para construção civil, contendo nervuras longitudinais, foi ensaiada à tração, sendo colocado um extensômetro de braço de 200 mm para a determinação do limite convencional de escoamento 0,2% e apresentou os seguintes resultados (tabela 9 a seguir).

Tabela 9 - Força x Deslocamento

n	Força (kgf)	Deslocamento (mm)	n	Força (kgf)	Deslocamento (mm)
1	1490	0,050	13	15360	0,650
2	3000	0,100	14	15700	0,700
3	4420	0,150	15	16100	0,750
4	5920	0,200	16	16240	0,800
5	7450	0,250	17	16500	0,850
6	8900	0,300	18	16600	0,900
7	10350	0,350	19	16700	0,950
8	11900	0,400	20	16800	1,000
9	12800	0,450	21	16820	1,050
10	13750	0,500	22	16850	1,100
11	14400	0,550	23	16900	1,150
12	15000	0,600	24	17050	1,200

Os dados fornecidos foram:

Diâmetro nominal da barra:	19 mm
Peso do segmento de barra ensaiado:	1,735 kg
Comprimento do segmento de barra ensaiado:	78,2 cm
Carga máxima atingida no ensaio:	20100 kgf
O problema pede para se calcular:	

Limite convencional de escoamento 0,2% uma vez que a barra não acusou escoamento nítido.

Limite de resistência.

Limite de proporcionalidade aproximado.

Estimativa do módulo de elasticidade.

Alongamento em 10 diâmetros, supondo que a distância final, L , medida após o ensaio seja igual a 215,2 mm.

Solução: Para o cálculo dos quatro primeiros itens é necessário determinar a seção média da barra, através da densidade e do peso por unidade de comprimento, pois o valor dado do diâmetro nominal da barra não pode ser usado, porque a amostra contém nervuras longitudinais, não tendo, portanto, diâmetro constante. Sendo a densidade do aço igual a 7,85 kgf/dm³, a seção média em mm² será:

$$S_o = (1,735 / 0,782) / 0,00785$$

$$S_o = 282,62 \text{ mm}^2$$

a) Limite 0,2%. Construindo-se o gráfico Força x Deslocamento a seguir (figura 44), e traçando-se a reta paralela à parte reta do gráfico a partir do ponto de 0,4 mm de deslocamento, obtém-se pela intersecção com a curva do gráfico o valor de $Q_{0,2\%} = 16700 \text{ kgf}$.

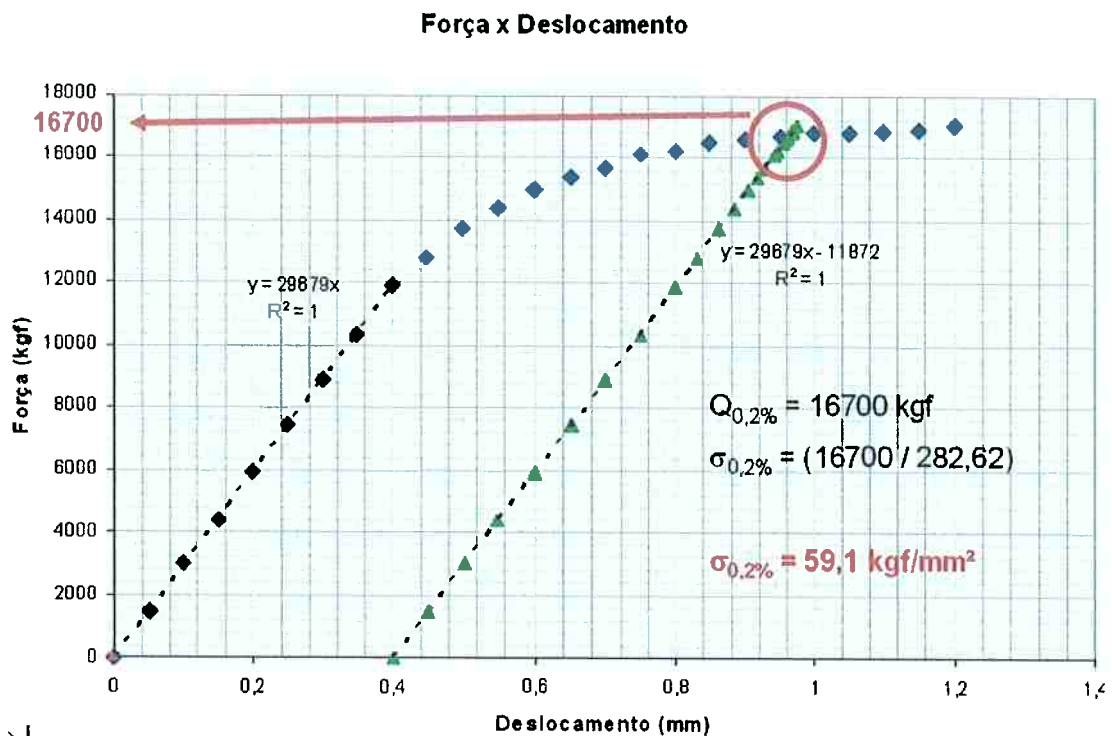


Figura 44 - Cálculo do Limite de Escoamento

Então, pode-se dividir esse valor da força pela área da seção, encontrando o valor de $\sigma_{0,2\%} = 59,1 \text{ kgf/mm}^2$ para o Limite de Escoamento.

b) Limite de resistência.

$$\sigma_r = (20100 / 282,62)$$

$$\sigma_r = 71,1 \text{ kgf/mm}^2$$

c) Limite de proporcionalidade aproximado.

O ponto onde termina a parte reta do gráfico está situado aproximadamente no valor de

$$Q_P = 11900 \text{ kgf}$$

Portanto:

$$\sigma_P = (11900 / 282,62)$$

$$\sigma_P = 42,1 \text{ kgf/mm}^2$$

d) Módulo de Elasticidade

$$E = (s / e) = (Q \times \text{braço do extensômetro}) / (S_o \times \text{deformação na carga } Q)$$

Tomando-se a carga Q igual a 1490 kgf e 11900 kgf (dados retirados da tabela fornecida), da parte reta do gráfico, tem-se:

$$E_1 = (1490 \times 200) / (282,62 \times 0,050) = 21088,4$$

$$E_2 = (11900 \times 200) / (282,62 \times 0,400) = 21053,0$$

Portanto, $E = 21070,69563 \text{ kgf/mm}^2$

e) Alongamento em 10 D.

O valor de $L_o = 19 \times 10 = 190 \text{ mm}$, portanto

$$A = ((215,2 - 190) / 190) \times 100$$

$$A = 13,26\%$$

9 REFERÊNCIAS

-
- ¹ ASM INTERNATIONAL. Introduction to Tensile Testing. In: DAVIS, J.R. **Tensile Testing**. 2^a Ed, 2004. Disponível em: <http://www.asminternational.org/Template.cfm?Section=NewProducts&template=Ecommerce/FileDisplay.cfm&file=5106_ch01.pdf>. Acesso em fevereiro, 2006.
- ² FONSECA, J. **Ferramentas de Simulação em Mecânica: Elementos Finitos**. Material compilado para a disciplina de Elementos Finitos para Graduação e Pós-graduação em Engenharia Mecânica. UFRGS. 2002.
- ³ COURANT, R. **Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibration**, Bull. Am. Math. Soc., Vol. 49, pp. 1-23, 1943.
- ⁴ TURNER, M., CLOUGH, R. W., MARTIN, H. C. **Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures**, J. Aer. Sci., Vol. 23, pp. 805-823, 1956.
- ⁵ CLOUGH, R. W. **The Finite Element Method in Plane Stress Analysis**, Proc. Of the American Soc. of Civil Engineers, 2nd Conference on Electronic Computation, Pittsburgh, pp. 345-378, 1960.
- ⁶ PLAUT, R.L. **Aspectos Relativos à Caracterização Dinâmica de Compostos Elastoméricos e Modelos Matemáticos para a Área de Contato de Prensas Úmidas de Máquinas de Papel**. Tese de livre docência, USP, 1999.
- ⁷ FONSECA, J. **Ferramentas de Simulação em Mecânica: Elementos Finitos**. Material compilado para a disciplina de Elementos Finitos para Graduação e Pós-graduação em Engenharia Mecânica. UFRGS. 2002.
- ⁸ HANASHIRO, J. **Comparação e Avaliação de resultados de Ensaios de Tração de Compostos Elastoméricos obtidos na Prática e obtidos por Modelamento Matemático**. 2005. 127p. Trabalho de Formatura – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2005.
- ⁹ PLAUT, R.L. - **Aspectos Relativos à Caracterização Dinâmica de Compostos Elastoméricos e Modelos Matemáticos para a Área de Contato de Prensas Úmidas de Máquinas de Papel**. Tese de livre docência, USP, 1999.
- ¹⁰ <<http://www.cosmosm.com/br>> Acesso em jan de 2006.
- ¹¹ <<http://www.cosmosm.com>> Acesso em jan de 2006.

-
- ¹² **COSMOSM™**. Structural Research & Analysis Corp., 2ª ed., 4 volumes, 1994.
- ¹³ SOUZA, S.A. **Ensaaios Mecânicos de Materiais Metálicos – Fundamentos Teóricos e Práticos**. Ed. Edgard Blücher, 5ª ed., 1982, p.262-264.
- ¹⁴ DIETER, G.E. **Metalurgia Mecânica**. 2ª ed., 1981, pp.4-6.
- ¹⁵ DIETER, G.E. **Metalurgia Mecânica**. 2ª ed., 1981, p.282.
- ¹⁶ **Geostar Online Help System - Define Material Property Curve (MPC Command)**. Menu >Help>. COSMOSM™ Geostar 256K. Structural Research & Analysis Corp.
- ¹⁷ DIETER, G.E. **Metalurgia Mecânica**. 2ª ed., 1981, pp.288-290.
- ¹⁸ PLAUT, R.L. **Laminação dos Aços – Tópicos Avançados**. Exercício 1, p. 30.
- ¹⁹ LING, Y. **Uniaxial True Stress-Strain after Necking**. AMP Journal of Technology Vol. 5, jun. 1996, pp.37-48.
- ²⁰ Efunda – Engineering Fundamentals. Disponível em: <http://www.efunda.com/materials/alloys/carbon_steels/show_carbon.cfm?ID=AISI_1015&prop=all&Page_Title=AISI%201015>. Acesso em jan 2006.
- ²¹ PITTMAN, J.F.T. et al. **Numerical Analysis of Forming Processes**. John Willey & Sons, 1984, pp.126-129.
- ²² GHOSH, A.K. **The Influence of Strain Hardening and Strain Rate Sensitivity on Sheet Metal Forming**. Journal of Engineering Materials and Technology (Trans. ASME), 99, 1977, pp. 264-274.
- ²³ SOUZA, S.A. **Ensaaios Mecânicos de Materiais Metálicos – Fundamentos Teóricos e Práticos**. Ed. Edgard Blücher, 5ª ed., 1982, pp.56-57.
- ²⁴ DIETER, G.E. **Metalurgia Mecânica**. 2ª ed., 1981, pp.591-593.